56. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2014/2015
Kategória C – domáce kolo
texty úloh v maďarskom jazyku

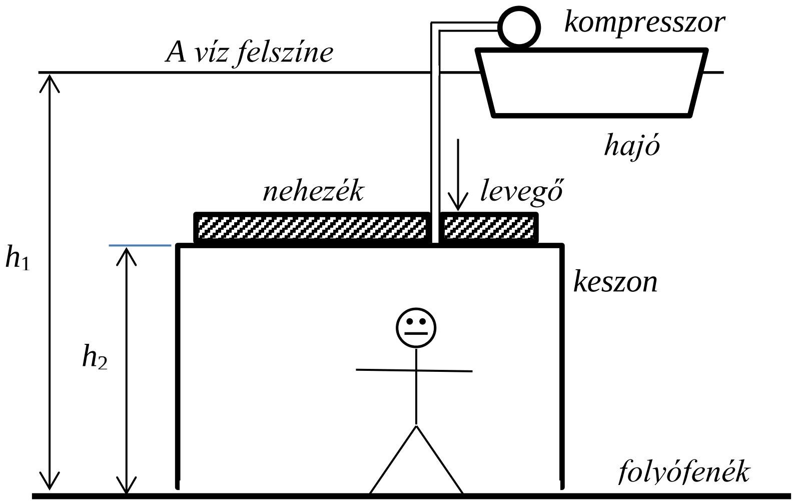
1. Az ütközés

Egy R sugarú félgömb alakú edény pereméről elengedünk egy m_1 tömegű kis testet, amely az edény belsejében csúszik lefelé. Az edény alján egy másik, m_2 tömegű kis test van. Miután az első test eléri a legalacsonyabb pontját, beleütközik a másik testbe. A testek közti, valamint a testek és edény fala közti súrlódás elhanyagolhatóan kicsi, és a testek mérete is elhanyagolhatóan kicsi.

a) Mekkora, az edény aljától számított h magasságba emelkedik a két test rugalmatlan ütközés után, ha együtt, egy testként mozognak?
b) Mekkora h_1 és h_2 magasságba emelkednek, ha az ütközés tökéletesen rugalmas?
c) Elemezzék a testek mozgását tökéletesen rugalmas ütközéskor a következő esetekben:
   I. $m_1 = m_2$,
   II. $m_1 < m_2$, pl. $m_1 = m_2/2$,
   III. $m_1 > m_2$, pl. $m_1 = 2m_2$!

2. A keszon

A keszon (a francia *caisson* szóból – jelentése szekrény, rekesz) a búvárharang egy változata, amely lehetővé teszi a víz alatti munkálatokat búvárruha vagy légző berendezés nélkül, egy alul nyitott vízhatlan falú szekrény, amelyet csónakról eresztenek a folyó fenekére. A keszonba egy függőleges aknán lehet lejutni, egy nyomáskiegyenlítő kamrán keresztül, amely meggátolja a nyomás csökkenését a keszonban (lásd a C–1 ábrát). Egy kompresszor segítségével tartják fenn a szükséges nyomást, és cserélik az elhasznált levegőt. A keszont nehezékek segítségével tartják a víz alatt.



C–1 ábra

A feladatban modellszerűen fogjuk használni a keszont a víz alatti munkák elvégzésére. A folyófenék $h_1 = 15{,}0\ \mathrm{m}$ mélyen van a folyó felszíne alatt, a keszon magassága $h_2 = 3{,}0\ \mathrm{m}$, a keszon vízszintes keresztmetszete $S = 2{,}5 \times 2{,}5\ \mathrm{m}^2$, tömege pedig $m = 2{,}8\ \mathrm{tonna}$. A falak vastagsága elhanyagolhatóan kicsi. A folyó vizének és a keszon levegőjének hőmérséklete $t_0 = 17\ ℃$, a víz felszínén mért légnyomás $p_0 = 101\ \mathrm{kPa}$.

a) A keszont egy emelődaru segítségével kezdték a folyó vizébe engedni. Mekkora, a folyófenéktől számított h_3 magasságba emelkedik a víz a keszonban, miután eléri a folyófeneket? Mekkora lesz ekkor a levegő p_1 nyomása keszonban?
b) Határozzák meg a keszonban található levegő m_{v1} tömegét, miután elérte a folyófeneket, valamint a nehezék m_{z1} tömegét, amely ahhoz szükséges, hogy a keszon leereszkedjék a folyófenékre!

Miután a keszon megállt a folyófenéken, levegőt szivattyúznak a keszonba, amíg az összes víz ki nem szorul a keszonból.

c) Határozzák meg, mekkora ekkor a levegő p_2 nyomása és m_{v2} tömege a keszonban!
d) Határozzák meg, mekkora m_{z2} tömegű nehezék szükséges, hogy megtartsa a keszont a folyófenéken a víz belőle való kiszorítása után!

A keszonban dolgozó munkások a folyófenéken végzett munkálatokat p_2 nyomású levegőt belélegezve végezték. Ha a munkások gyorsan jönnek fel a felszínre, keszonbetegséget kapnak, amely halállal is végződhet. Mi okozza a betegséget, és hogyan lehet megelőzni?

A szükséges állandókat keressék ki fizikai táblázatokban. A levegő kompressziójáról tételezzék fel, hogy izotermikus folyamat.

Megjegyzés: A keszon technológiát a 19. században pl. a Brooklyn-híd építésekor használták New York-ban az East River tengerszoros áthidalásakor.

3. Tüzérek

A tüzérek a tenger egy biztonságos övezetében gyakoroltak. A hajó fedélzetéről kellett eltalálniuk egy fa makettet, amely $d = 10\,500\ \mathrm{m}$ távolságban volt. A löveg torkolati sebessége $v_0 = 800\ \mathrm{m/s}$ volt.

a) Határozzák meg a vízszintes irányú maximális d_{m} lőtávolságot, valamint a löveg röptének t_{m} idejét!
b) Mekkora, a vízszintestől mért α szög alatt kell kilőni a löveget, hogy a lehető leggyorsabban találja el a makettet?

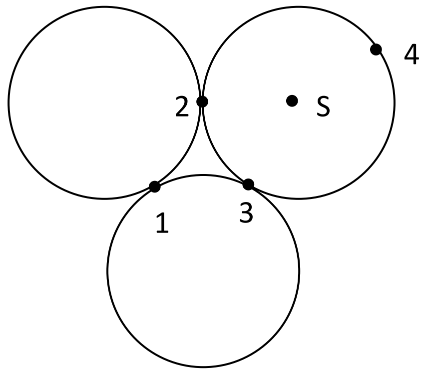
A fedélzet és a makett a lövések alatt nyugalomban és ugyanabban a vízszintes síkban vannak. A levegő ellenállásáról tételezzék fel, hogy elhanyagolhatóan kicsi!

4. A vezetőrendszer ellenállása

Ugyanabból az ellenálláshuzalból három egyforma, kör alakú $d = 30$ cm átmérőjű ″hurkot készítettek. A hurkokat az 1, 2, 3 érintkezési pontokban összehegesztették (lásd a C–2 ábrát).

a) Egy ellenállás mérőt az 1-es és 3-as ponthoz csatlakoztattunk és $R_{13} = 20\ \Omega$ ellenállást mértünk. Határozzák meg a vezető r egységnyi hosszára eső ellenállását!

b) Az egyik hurkon található a 4-es pont, amely az adott hurok központján és másik két hurok érintkezési pontján (1-es pont) áthaladó egyenesen fekszik. Az 1-es és 4-es ponthoz egy $U = 12$ V állandó feszültségű áramforrást kapcsolunk. Határozzák meg az áramforráson átfolyó áram I_{14} nagyságát!



C–2 ábra

c) Határozzák meg az áramforráson ($U = 12$ V) átfolyó áram I_{24} nagyságát, ha az áramforrást a 2-es és 4-es ponthoz csatlakoztatjuk!

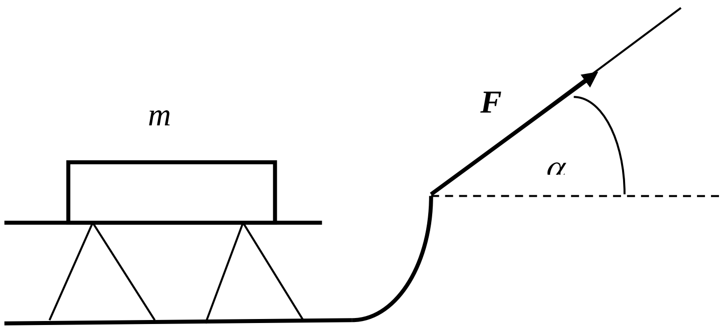
Készítsék el az összes részfeladathoz a megfelelő kapcsolási sémát, ahol a csomópontok közti ellenálláshuzalokat a rezisztorok jelével helyettesítik!

Megjegyzés: Az áramforrás belső ellenállása elhanyagolhatóan kicsi.

5. A szán vontatása

Nehéz terheket kézben cipelni nem egyszerű. A szállításukra különböző vontató berendezéseket használnak. Télen a szánok is alkalmasak a feladatra.

A vízszintes behavazott felületen egy tárgyat szállítunk a szánon. A tárgy tömege a szánnal együtt $m = 100$ kg. A szántalpak felülete és a hó közt fellépő csúszási súrlódási tényező $f = 0{,}15$.



C–3 ábra

A szánt egyenletesen vízszintesen mozogva vontatjuk egy szíjjal (*C–3 ábra*). Jelöljük $\boldsymbol{x}$-vel a szán mozgásának irányát, ekkor a vontatószíj az $\boldsymbol{x}$ mozgásirány és a függőleges által meghatározott síkban van, $\alpha = 45°$-os szöget zárva a vízszintes síkkal.

d) Határozzák meg mekkora az $\boldsymbol{F}$ erő nagysága, amellyel a szánt kell húznunk!

e) Határozzák meg mekkora az $\boldsymbol{F_N}$ erő nagysága, amellyel a szán nyomja a havat!

Határozzuk meg, megváltoztatva a vontatószíj és vízszintes sík által bezárt α szöget, mekkora az $\boldsymbol{F}$ vontatóerő F nagysága, amellyel egyenletes mozgásban tudjuk tartani a szánt!

f) Szerkesszék meg az erő F nagyságának grafikonját az α szög nagyságának függvényeként 90°-tól kisebb értékekre!

g) Határozzák meg a grafikonból az α_m szöget, amelynél a szán vontatásához szükséges $\boldsymbol{F}$ erő nagysága a legkisebb (F_{min})! Határozzák meg F_{min} értékét!

A nehézségi gyorsulás $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

6. Termodinamikai körfolyamat

Egy dugattyúval lezárt hengerben $t_0 = 50\ °\mathrm{C}$ hőmérsékletű, $V_0 = 10$ liter térfogatú szén-dioxid (CO_2) gáz van $p_0 = 250$ kPa nyomáson. A gázt (a dugattyút a kezdeti helyzetében tartva) $t_1 = 250\ °\mathrm{C}$-ra hevítjük, majd a gázt állandó hőmérsékleten tartva, megnöveljük a térfogatát $V_2 = kV_0$ értékre a dugattyú mozgatásával ($k = 3$). Tartva a dugattyú új helyzetét, lehűtjük a gázt az eredeti t_0 hőmérsékletre, majd térfogatát (a dugattyú mozgatásával) az eredeti V_0 értékre csökkentjük.

h) Készítsék el a leírt folyamat $p - V$ diagramját! Határozzák meg a gáz nyomását a diagram csúcsainak megfelelő állapotokban!

i) Határozzák meg a gáz által végzett W munkát a teljes körfolyamatban!

j) Határozzák meg, hogy a körfolyamat melyik fázisában kell külső forrásból hőt átadni a gáznak, és mekkora Q hőt kell átadni az egész körfolyamat alatt!

k) Határozzák meg a körfolyamat η hatásfokát, és hasonlítsák össze a Carnot-ciklus η_C hatásfokával, ahol az izoterm állapotváltozások azonos hőmérsékleten zajlanak, az izochor állapotváltozásokat pedig adiabatikus állapotváltozások helyettesítik!

l) Hasonlítsák össze a c) részfeladatban kapott Q hőt a Q_C hővel, amelyet külső forrásból kell átadni a gáznak a Carnot-ciklusban! A Carnot-ciklus a vizsgált körfolyamattal azonos kezdeti állapotból indul, azonos t_0 és t_1 hőmérsékletű izoterm állapotváltozásokból áll, valamint azonos a maximális és kezdeti térfogat k aránya is, mint a vizsgált körfolyamatban.

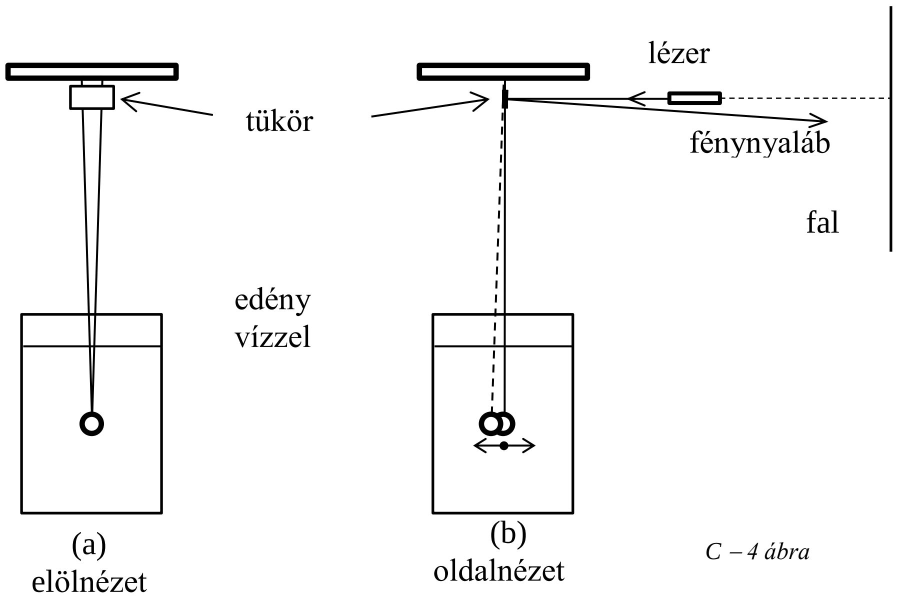
A gázról tételezzék fel, hogy ideális gáz! $R = 8{,}31\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$.

Megjegyzés: $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2} \frac{\mathrm{d}\,x}{x} = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right).$

7. A víz viszkozitásának hőmérsékletfüggése – *kísérleti feladat*

A folyadékban mozgó testekre ellenállási erő hat. Kis sebességeknél az ellenállási erő egyenesen arányos a testnek a közeghez viszonyított sebességével, nagy sebességnél a sebesség négyzetével arányos. Ha egy gömb végtelen kiterjedésű folyékony közegben mozog, az ellenállási erőt az úgy nevezett viszkózus ellenállást leíró $F_0 = 3\pi d\eta v$ Stokes-törvény adja meg, ahol d a gömb átmérője, η a dinamikai viszkozitás és v a gömb sebessége a közeghez viszonyítva. Az ellenállás akkor mondható (jó közelítésben) viszkózusnak, ha az Re Reynolds-számra érvényes, hogy $Re = (\rho d/\eta) < 2\,000$ (itt ρ a közeg sűrűsége).

A viszkozitás méréséhez a matematikai inga viszkózus folyadékban végzett csillapított lengését fogjuk használni. Egy $1 - 2$ cm átmérőjű golyót két fonállal függesztünk fel (V felfüggesztés), hogy biztosítva legyen az inga síkban történő mozgása (*C–4 ábra*). A golyóba fúrhatunk egy kisméretű lyukat, vagyráragaszthatjuk a fonalat pillanatragasztóval. Ügyelni kell, hogy a fonál rögzítése a lehető legcsekélyebb mértékben befolyásolja a golyó gömb alakját. Az inga l hossza a felfüggesztési pont és a golyó súlypontja közti távolság. A golyó anyaga lehet fém, üveg vagy műanyag (a sűrűsége legyen, lehetőleg, jóval nagyobb a víz sűrűségétől $\rho_g \gg \rho$), az m tömege pedig legyen jóval nagyobb, mint a fonál tömege.



C – 4 ábra

A golyó kicsi x kitérésekor az egyensúlyi helyzetből (a kitérési szög $\varphi \ll 1$ rad) a golyóra két erő hat vízszintes irányban, amelyek nagysága: $F_g \sin\varphi \approx F_g(x/l)$ és F_o. A felhajtóerőt figyelembe véve $F_g = (\rho_g - \rho)Vg$, ahol ρ_g a golyó sűrűsége, V a térfogata, g pedig a nehézségi gyorsulás. A mozgásegyenlet ekkor a következő

$$ma = -\left(1 - \frac{\rho}{\rho_g}\right)\frac{mg}{l}x - 3\pi d\eta v\,,$$

és ez a következő differenciális egyenlettel is leírható

$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \text{ahol} \quad b = \frac{3\pi d\eta}{2m} \quad \text{és} \quad \omega_0^2 = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_g}\right)\frac{g}{l}\,.$$

Kis csillapítás esetén (ha az inga több lengést is elvégez) az egyenlet megoldása

$$x = x_0 e^{-bt}\cos(\omega t),$$

ahol x_0 a kezdeti kitérés az egyensúlyi helyzetből, és $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$.

A kilengés legnagyobb értéke $x_n = x_0 e^{-bnT/2}$ (n a lengések száma, T a csillapított lengés periódusideje), és az ellenálló erő csillapító hatása következtében folyamatoson csökken. A maximális kilengések $p_n = x_0/x_n$ arányából meghatározható a b csillapítási együttható

$$b = \frac{2}{nT}\ln p_n \quad \text{és a folyadék viszkozitása} \quad \eta = \frac{2mb}{3\pi d}.$$

A maximális kitérések mérésének pontossága érdekében a *C–4 ábrán* vázolt tükörből és lézeres mutatóból álló optikai rendszer elrendezését használják. A lézeres mutatót rögzítsék egy állványban, a tükör magasságában. A tükörről visszaverődő fényt az 1-2 méteres távolságban levő falra irányítsák. A fal megvilágított részére erősítsenek mércével ellátott papírt, amelyen mérhető az inga maximális kitérésének változása.

A mérés elején térítsék ki kissé az ingát az egyensúlyi állapotából, hogy a φ kitérítési szög kicsi legyen ($\varphi < 5°$), majd engedjék el! Gondoskodjanak róla, hogy a golyó mozgás közben legyen a lehető legnagyobb távolságban az edény falaitól! Figyeljék meg a visszavert fény kitéréseit a falon! A $\Delta t = nT/2$ mérési időtartamot úgy válasszuk meg, hogy a maximális kilengés, ez alatt az idő alatt, közelítőleg az eredeti felére csökkenjen!

Megjegyzés: A felfüggesztés hosszát, valamint a golyó tömegét úgy válasszák meg, hogy a maximális kitérés 50 %-os csökkenése nagyjából 10 lengés alatt történjen meg!

Feladatok:

m) Az első mérést a csillapító folyékony közeg nélkül végezzék el! Mérjék meg a lehető legnagyobb pontossággal az inga T_0 periódusidejét, valamint a Δt_0 időt, amely alatt a maximális kitérés az eredeti 50 %-ra csökken! Határozzák meg a lengések ω_0 körfrekvenciáját!

n) Helyezzék a golyót közelítőleg 20 °C hőmérsékletű vízbe, és ismételjék meg a mérést az a) pont szerint! Mérjék meg a Δt időt, az ennek megfelelő p_n arányt, valamint a T periódusidőt! Határozzák meg a mért adatokból a b csillapítási tényező értékét egyrészt a kilengések csillapításából, másrészt, a lengések körfekvenciájának változásából – a két értéket hasonlítsák össze, és döntsék el melyik módszer pontosabb! Határozzák meg a víz η viszkozitását, és hasonlítsák össze a fizikai táblázatokban feltüntetett értékkel!

o) Ismételjék meg a b) pontban leírt eljárást eltérő hőmérsékletű vízzel (az eltérés legyen néhány °C-tól 60 °C-ig)! Szerkesszék meg a víz viszkozitásának grafikonját a víz hőmérsékletének függvényeként! Indokolják meg a hőmérsékletfüggés függvényének alakját!

p) Ismételjék meg a mérést más folyadékkal (saját választás szerint étolajjal, citromlé sűrítménnyel, stb.)!

A mért eredményeket írják megfelelő táblázatba!

(ďalšie informácie na http://fo.uniza.sk *a* www.olympiady.sk*)*

56. ročník Fyzikálnej olympiády – ***Úlohy domáceho kola kategórie C***

Autori úloh:	Ľubomír Konrád (1, 3), Juraj Slabeycius (2), Ľubomír Mucha (4, 5), Kamil Bystrický (6), Ivo Čáp (7)
Recenzia a úprava:	Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha
Preklad:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2014