

## 56. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2014/2015

*Kategória A – krajské kolo*

*texty úloh*

### 1. Gul'ôčky na šikmej doske

Na horný koniec šikmej dosky s uhlom sklonu  $\varphi$  vzhľadom na vodorovnú rovinu položíme homogénnu gul'ôčku s polomerom  $R$  a necháme ju voľne sa pohybovať nadol. Až k dolnému okraju prejde gul'ôčka dráhu  $s$ . Medzi gul'ôčkou a doskou pôsobí trenie s faktorom statického trenia  $f_s$  a faktorom kinetického trenia  $f_d \leq f_s$ .

- Nakreslite náčrtok gul'ôčky na naklonenej rovine a označte v ňom potrebné veličiny.
- Pri zväčšovaní uhla  $\varphi$  od nulovej hodnoty zistíme, že gul'ôčka po prekročení medznej hodnoty  $\varphi_m$  uhla  $\varphi$  sa bude pri pohybe po doske prešmykovať. Pri menších uhloch  $\varphi$  ako  $\varphi_m$  sa bude pohybovať valivým pohybom. Určte hodnotu  $\varphi_m$ .
- Určte čas  $t_s$ , za ktorý gul'ôčka prejde dráhu  $s$  k dolnému okraju dosky.
- Určte rýchlosť  $v_s$  postupného pohybu hmotného stredu a uhlovú rýchlosť  $\omega_s$  rotácie gul'ôčky v okamihu dosiahnutia dolného okraja dosky.

Úlohy riešte pre hodnoty  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $s = 1,2 \text{ m}$ ,  $R = 10 \text{ mm}$ ,  $f_s = 0,13$ ,  $f_d = 0,10$  a úlohy c) a d) pre dve rôzne hodnoty uhla sklonu  $\varphi_1 = 15^\circ$  a  $\varphi_2 = 30^\circ$ .

*Pomôcka: Moment zotrvačnosti homogénnej gule vzhľadom na os prechádzajúcu jej stredom  $I = (2/5) mR^2$ , kde  $m$  je hmotnosť gul'ôčky.*

## 2. Pružný magnetický nárazník

Pružný mechanický nárazník, napr. železničných vozňov, obsahuje pružinu, ktorá sa pri náraze stlačí, čím absorbuje kinetickú energiu vozňa. Po náraze vozňa na nepohyblivú prekážku, pri použití pružného nárazníka je spomalenie vozňa podstatne menšie ako pri tvrdom (nepružnom) náraze, čím možno predchádzať mechanickému poškodeniu vozňa. Podobne pôsobí i pružný magnetický nárazník.

Uvažujme nasledujúci model nárazníka. Po vodorovných elektricky vodivých koľajničkách, ktorých vzájomná vzdialenosť je  $l$ , sa pohybuje vodivý vozík, ktorý predstavuje dokonalý elektrický skrat. Pre zjednodušenie modelu namiesto vozíka si predstavme vodivú tyč s hmotnosťou  $m$  kolmú na koľajničky, ktorá sa po koľajničkách šmýka s veľmi malým trením. Na konci je ku koľajničkám pripojený induktor (cievka) s indukčnosťou  $L$ . Koncová časť trate sa nachádza v homogénnom magnetickom poli s indukciou  $\mathbf{B}$ , ktorá má zvislý smer. Vozík sa pohybuje konštantnou rýchlosťou  $v_0$  smerom ku koncu trate a v určitom okamihu vnikne do magnetického poľa.

- Nakreslite ilustračný obrázok a vyznačte v ňom potrebné veličiny. Stručne opíšte fyzikálnu podstatu deja, ktorý sa odohrá po vniknutí vozíka do magnetického poľa. Vysvetlite, prečo začne vozík tesne po vniknutí do magnetického poľa spomaľovať.
- Vozík, koľajničky a induktor predstavujú uzavretý elektrický obvod s veľmi malým odporom. Odvodte výraz pre prúd  $i$  obvodu ako funkciu času  $t$  a priamym dosadením dokážte, že jej riešenie má všeobecný tvar  $i(t) = I_0 + I_m \sin(\omega t + \alpha)$ . Určte hodnoty jednotlivých parametrov riešenia:  $I_0$ ,  $I_m$ ,  $\omega$ ,  $\alpha$ .
- Určte funkciu závislosti rýchlosti vozíka od času a určte čas  $\tau$  od okamihu vniknutia do magnetického poľa, za ktorý sa vozík zastaví.
- Určte hodnotu  $k$  tuhosti magnetickej pružiny ( $k = F/x$ ).

Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty:  $m = 50$  g,  $l = 20$  cm,  $L = 1,5$  H,  $B = 1,0$  T,  $v_0 = 60$  cm·s<sup>-1</sup>.

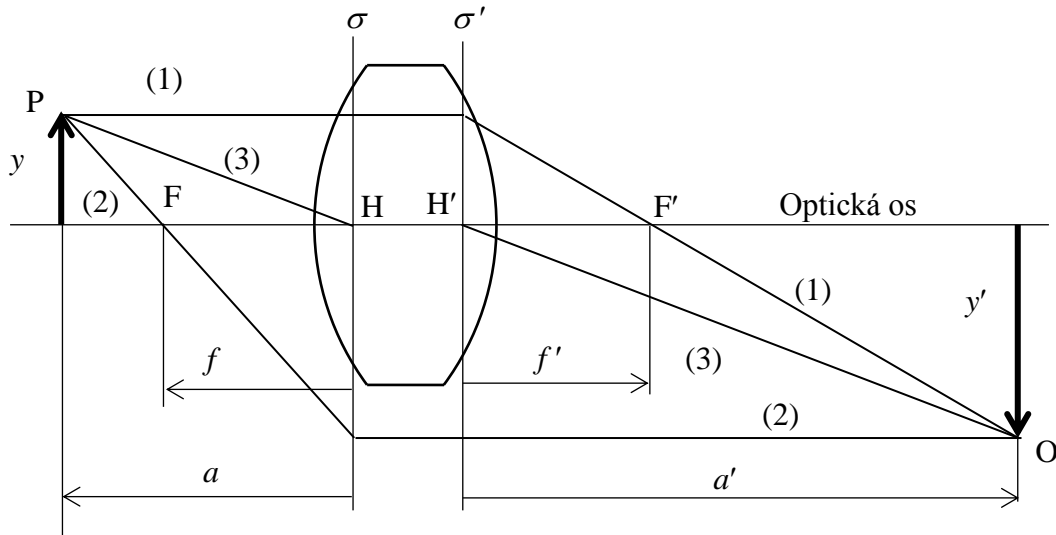
Pomôcka: Derivácia funkcie  $f(t) = a + b \sin(ct + d)$  podľa času  $t$  je  $\frac{df(t)}{dt} = bc \cos(ct + d)$ ,

derivácia funkcie  $g(t) = a + b \cos(ct + d)$  podľa času  $t$  je  $\frac{dg(t)}{dt} = -bc \sin(ct + d)$  a ďalej

$$\int_0^t \cos c \vartheta \, d\vartheta = \frac{1}{c} \sin ct .$$

### 3. Hrubá šošovka

Na meranie ohniskovej vzdialenosti šošovky existuje viacero metód. Väčšinou ide o meranie tenkých šošoviek, u ktorých sa neuvažuje vzdialenosť vrcholov predmetovej a obrazovej lámavej plochy. Ak však ide o hrubú šošovku, je situácia zložitejšia, obr. A2-1.



Obr. A2-1

Šošovku reprezentujú dve hlavné roviny,  $\sigma$ –predmetová a  $\sigma'$ –obrazová, ktoré pretína optická os šošovky v hlavných bodoch H a H'. Za účelom hľadania obrazu O predmetu P možno chod lúčov cez šošovku formálne znázorniť podľa obrázku. Lúč (1) vychádzajúci z predmetu rovnobežne s optickou osou sa láme po dopade na obrazovú hlavnú rovinu do obrazového ohniska F', lúč (2) z predmetu do predmetového ohniska sa po dopade na predmetovú hlavnú rovinu láme rovnobežne s optickou osou. Na priesečníku lúčov (1) a (2) vzniká obraz O. Ohniskové vzdialenosti  $f$  a  $f'$  predstavujú vzdialenosti ohnísk od príslušných hlavných rovín. Ak je prostredie pred šošovkou a za ňou rovnaké, sú ohniskové vzdialenosti rovnaké  $f = f'$ .

Keďže body H a H' sa nachádzajú vo vnútri šošovky, je problematické merať obrazovú  $a$  a predmetovú  $a'$  vzdialenosť. Na meranie ohniskovej vzdialenosti takejto šošovky je výhodnejšie vychádzať z merania rozmerov, ktoré nie sú viazané na hlavné body.

Abbeho metóda (*Ernst Carl Abbe, \*1840 Eisenach, †1905 Jena, Nemecko*) vychádza z merania zväčšenia šošovky v dvoch rôznych polohách. Najprv umiestnime pred šošovku predmet, tak aby na druhej strane vznikol na tienidle kolmom na optickú os ostrý prevrátený obraz, pozri obr. A2-1. Zmeriame zväčšenie  $z_1$  – pomer veľkostí obrazu a predmetu  $y'/y$ . Potom posunieme predmet pozdĺž optickej osi o vzdialenosť  $d$  smerom k šošovke a tienidlo posunieme tak, aby na ňom opäť vznikol ostrý obraz. V novej polohe opäť zmeriame zväčšenie  $z_2$ .

Odvoďte vzťah pre výpočet ohniskovej vzdialenosti hrubej spojnej šošovky z nameraných veličín  $d$ ,  $z_1$  a  $z_2$ .

#### 4. Biely trpaslík

Najjasnejšou hviezdou na nočnej oblohe je Sírirus v súhvezdí Veľkého psa. Ide o dvojhviezdu, pričom menšia z hviezd je biely trpaslík, Sírirus B. Ide o hviezdu s veľmi vysokou hustotou, ktorá vznikla gravitačným kolapsom pôvodnej hviezdy 1. generácie, s hmotnosťou  $M = 1,95 \times 10^{30}$  kg, polomerom  $R = 5\,800$  km a povrchovou teplotou  $T = 25 \times 10^3$  K.

- Určte strednú hodnotu  $\rho$  hustoty hviezdy Sírirus B.
- Biely trpaslík možno považovať za čierne teleso. Určte vlnovú dĺžku  $\lambda_m$  žiarenia, pre ktorú je spektrálna hustota vyžarovania maximálna. Ktojej časti spektra táto vlnová dĺžka zodpovedá?
- Biely trpaslík nemá vlastný zdroj energie (termonukleárna reakcia v hviezde vyhasla) a preto sa teplota hviezdy postupne znižuje. Odhaduje sa, že priemerná teplota hviezdy poklesne o  $\Delta T = 100$  K za dobu  $\tau = 400$  mil. rokov. Určte strednú hodnotu hmotnostnej tepelnej kapacity  $c$  hviezdy.

Jadro hviezdy Sírirus B je tvorené prevažne uhlíkom a kyslíkom. Hviezda má však veľmi tenkú atmosféru, ktorá obsahuje prevažne vodík. Prítomnosť vodíka bola zistená spektrálnou analýzou svetla prichádzajúceho z hviezdy. Pri analýze spektra sa zistil gravitačný červený posun vlnovej dĺžky žiarenia. Svetlo vodíkovej výbojky obsahuje spektrálnu zložku s vlnovou dĺžkou  $\lambda_0 = 486$  nm.

- Určte relatívnu zmenu  $\Delta\lambda/\lambda$  vlnovej dĺžky uvedenej vodíkovej spektrálnej čiary svetla Sírirus B vyžarovaného atmosférou hviezdy a pozorovaného pozemským teleskopom, ktorá je spôsobená prekonaním gravitačného poľa hviezdy.

Konštanta vo Wienovom posuvnom zákone  $b = 2,89 \times 10^{-3}$  m·K, Stefan–Boltzmannova konštanta  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$  W·m<sup>-2</sup>·K<sup>-4</sup>, konštanta v Newtonovom gravitačnom zákone  $G = 6,67 \times 10^{-7}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>, rýchlosť šírenia svetla vo vákuu  $c = 3,00 \times 10^8$  m·s<sup>-1</sup>.

*Pomôcky: Objem a obsah povrchu gule s polomerom  $R$  je  $V = (4/3)\pi R^3$ ,  $S = 4\pi R^2$ .*

(ďalšie informácie na <http://fo.uniza.sk> a [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk))

---

#### 56. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy krajského kola kategórie A

Autor úloh: Ivo Čáp  
Recenzia a úprava: Daniel Klivanec, Ľubomír Mucha  
Redakcia: Ivo Čáp  
Slovenská komisia fyzikálnej olympiády  
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015