56. ročník Fyzikálnej olympiády

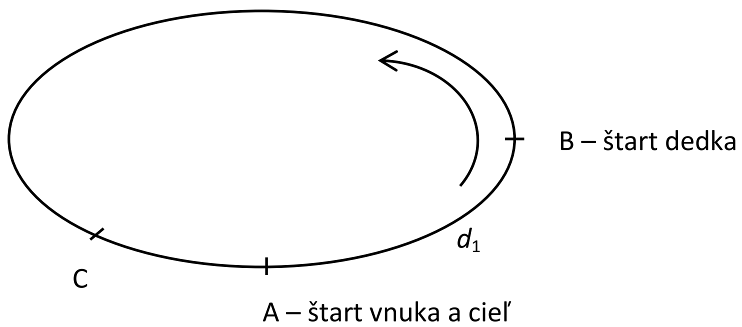
v školskom roku 2014/2015

Úlohy krajského kola kategórie E – riešenie

(ďalšie informácie na http://fo.uniza.sk a www.olympiady.sk)

1. *Bežecké preteky vnuka s dedkom*

a) Situačný obrázok. 1b



b) Určenie hodnôt:

– Veľkosť rýchlosti behu vnuka

$v_1 = \dfrac{d_2}{\tau_1}$, pre dané hodnoty $v_1 = 4{,}00$ m/s (100 m za 25,0 s). 1b

– Veľkosť rýchlosti behu dedka

$v_2 = \dfrac{d_2 - d_1}{\tau_1}$, pre dané hodnoty $v_2 \approx 2{,}86$ m/s (t.j. 100 m za 35 s). 1b

– Čas $\Delta\tau$ určíme ako rozdiel času, ktorý potreboval dedko na absolvovanie dráhy $d - d_1$ a času, ktorý potreboval na absolvovanie dráhy d vnuk:

$$\Delta\tau = \frac{d - d_1}{v_2} - \frac{d}{v_1} \ .$$

Pre dané a vypočítané hodnoty veličín máme $\Delta\tau \approx 4{,}90$ s. 2b

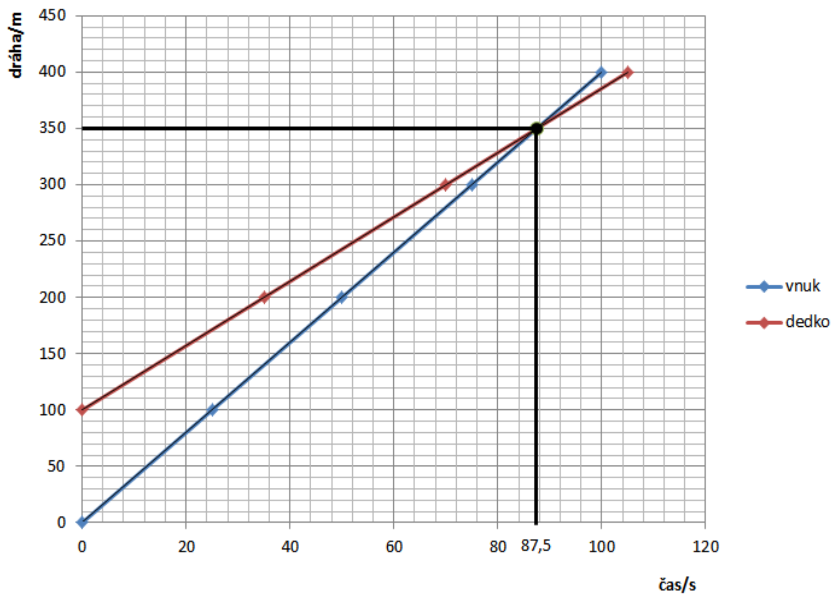
– V okamihu dobehu vnuka do cieľa, t. j. v čase $\tau_2 = d / v_1$ od štartu, bol dedko vo vzdialenosti $d_3 = d - (v_2\,\tau_2 + d_1)$ od cieľa. Alebo tiež $d_3 = v_2\,\Delta\tau$. Pre dané hodnoty $d_3 = 14{,}0$ m. 1b

– Napr. z výsledku (3), aby sa dosiahla remíza (vnuk a dedko dobehnú do cieľa súčasne), máme $d_3 = d - (v_3\,\tau_2 + d_1) = 0$. Z toho

$v_3 = \dfrac{d - d_1}{\tau_2}$, pre dané hodnoty $v_3 = 3{,}00$ m/s. 2b

Tiež úvahou, dedko by dráhu $d - d_1$ by musel prebehnúť za rovnaký čas τ_2 ako vnuk dráhu d. Výsledok je rovnaký ako predchádzajúci.

c) Graf závislosti dráhy vnuka a dedka od času. 2b



2. *Ručné pranie*

a) Teplo Q_1, ktoré prijme studená voda od teplej, sa rovná teplu Q_2, ktoré odovzdá teplá voda studenej,

$Q_1 = Q_2$ a teda $m_1 c (t - t_1) = m_2 c (t_2 - t)$, kde $m_1 = \rho V_1$. 2b

Z toho vypočítame

$m_2 = \dfrac{\rho V_1 (t - t_1)}{t_2 - t}$, pre dané hodnoty veličín $m_2 \approx 0{,}69$ kg. 1b

Pre objem teplej vody potom platí

$V_2 = \dfrac{m_2}{\rho}$, pre dané hodnoty $V_2 \approx 0{,}69$ l . 1b

b) Hmotnosť studenej vody je $m_1 = \rho V_1$.

Studená voda prijme teplo

$Q_1 = V_1 \rho\, c\, (t - t_1)$.

Pre dané hodnoty veličín $Q_1 = 189$ kJ. 2b

Hmotnosť vody s objemom $V = 5{,}0$ l je pre dané hodnoty veličín $m = V \rho$.

Aby sa voda s teplotou t_1 ohriala na t_2, musí prijať od ohrievača teplo

$Q = m\, c\, (t_2 - t_1) = \eta\, \tau\, P$, 2b

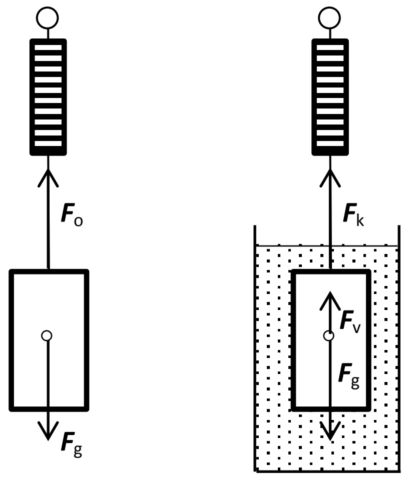
kde τ je čas potrebný na ohriatie a P je príkon ohrievača.

Z toho pre čas platí

$\tau = \dfrac{\rho V c (t_2 - t_1)}{\eta P}$, pre dané hodnoty veličín $\tau \approx 853$ s = 14 min 13 s. 2b

3. *Teleso ponorené do kvapaliny*

a) Teleso ponorené v kvapaline je nadľahčované silou, ktorá je rovná tiaži kvapaliny telesom vytlačenej – Archimedov zákon.
Vo vzduchu síce pôsobí nadľahčujúca sila vzduchu, ale tá je tak malá, že ju bežne neuvažujeme. V kvapaline je nadľahčujúca sila významná a celková gravitačná F_k je preto menšia ako gravitačná sila F_o telesa vo vzduchu.
Rozdiel $F' = F_o - F_k = F_v$ sa nazýva *vztlaková sila*. 1b
Obrázok 2b



b) Podľa Archimedovho zákona platí
$F_o - F_k = F_v = V \rho_k g$, kde ρ_k je hustota kvapaliny .
Z toho objem telesa $V = \dfrac{F_o - F_k}{\rho_k g}$.
Hustota telesa $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{F_o / g}{(F_o - F_k)/(\rho_k g)} = \dfrac{F_o}{F_o - F_k} \rho_k$ 3b

c) Teleso v kvapaline s väčšou hustotou je nadľahčované väčšou silou, ako v kvapaline s menšou hustotou. Väčšiu hustotu má kvapalina B, lebo $F_{v2} > F_{v1}$. 1b

d) Hustota zmiešanej kvapaliny

$$\rho_3 = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \rho_1 \frac{k}{k+1} + \rho_2 \frac{1}{k+1}, \text{ kde } k = \frac{V_1}{V_2}. \qquad (1)$$

Úpravou (1) máme $k = \dfrac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_3 - \rho_1}$. (2)

Pri ponorení telesa do kvapaliny A s hustotou ρ_1, kvapaliny B s hustotou ρ_2 a zmiešanej kvapaliny s hustotou ρ_3 sú údaje silomera

$$F_1 = gV(\rho - \rho_1), \text{ a po úprave } \rho_{1'} = \rho - \frac{F_1}{gV},$$

$$F_2 = gV(\rho - \rho_2), \text{ a po úprave } \rho_2 = \rho - \frac{F_2}{gV}, \qquad (3)$$

$$F = gV(\rho - \rho_3), \text{ a po úprave } \rho_{3'} = \rho - \frac{F}{gV},$$

kde V je objem telesa (= objemu kvapaliny vytlačenej telesom).
Dosadením hustôt z výrazov (3) do rovnosti (1) dostaneme výsledok

$k = \dfrac{F - F_2}{F_1 - F}$, pre dané hodnoty $k = 0{,}50$. 3b

Tejto podmienke vyhovuje zmiešaná kvapalina, v ktorej miešame 1 diel kvapaliny A s 2 dielmi kvapaliny B.

4. *Elektrický obvod*

a) Prúd vo vetve ACB

$I_1 = \dfrac{U_z}{R_1 + R_2}$. Pre dané hodnoty veličín I_1 = 20 mA.

Prúd vo vetve ADB

$I_2 = \dfrac{U_z}{R_3 + R_4}$. Pre dané hodnoty veličín $I_2 \approx 10$ mA. 2b

b) Napätia U_1 a U_4 určíme ako napätia na rezistoroch s odporom R_1 a R_4:
$U_1 = R_1 I_1$, $U_4 = R_4 I_2$.
Pre dané a vypočítané hodnoty veličín U_1 = 2,0 V, U_4 = 2,0 V. 2b

c) Zdrojom prechádza prúd $I = I_1 + I_2$, pre dané hodnoty $I_1 \approx 30$ mA. 2b

d) Za dobu τ zdroj vykoná elektrickú prácu $W = U I \tau$.
Pre dané hodnoty W = 36 J. 1b
Elektrická práca sa premenila na vnútornú (tepelnú) energiu rezistorov. 1b

e) Pre dané hodnoty odporu rezistorov je sú napätia U_1 medzi uzlami A a C a U_2 medzi uzlami A a D rovnaké a preto medzi uzlami CD, teda na rezistore s odporom R_5, je nulové napätie, ktoré je dané rozdielom napätí $U_1 - U_2 = 0$ V.
Rezistorom s odporom R_5 prechádza nulový prúd, $I_3 = 0$. 2b

56. ročník Fyzikálnej olympiády – ***Úlohy krajského kola kategórie E***

Autori úloh: Daniel Kluvanec (1, 3, 4), Michaela Reichelová (2), Arpád Kecskés (3)
Recenzia: Ivo Čáp, Daniel Kluvanec
Redakcia: Daniel Kluvanec
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015