

57. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2015/2016
Kategória A – celoštátne kolo
texty úloh

1. Pád tyče

Na vodorovnej podložke stojí v zvislej polohe tenká homogénna tyč. Po uvoľnení horného konca začne tyč padať. Uhlovú odchýlku tyče od zvislej polohy označíme φ . Pri uhloch $\varphi < \varphi_m$ sa dolný koniec tyče po podložke neposúva. Po prekročení medznej hodnoty φ_m uhla φ sa začne tyč po podložke kĺzať.

V nasledujúcej úlohe budete riešiť prvú časť pádu tyče pre uhly $\varphi \leq \varphi_m$.

- Nakreslite obrázok a vyznačte v ňom sily, ktoré na padajúcu tyč pôsobia.
- Určte veľkosti v a a rýchlosti v a zrýchlenia a ťažiska tyče ako funkciu uhla φ .
- Určte silu trenia F_t a tlakovú silu podložky F_n ako funkciu uhla φ .
- Doplňte vypočítanými hodnotami prázdne políčka tabuľky. Pomocou hodnôt veličín v tabuľke odhadom (aproximáciou) určte medzný uhol φ_m . Pre uhol φ_m vypočítajte hodnoty veličín a a doplňte ich do posledného stĺpca tabuľky.

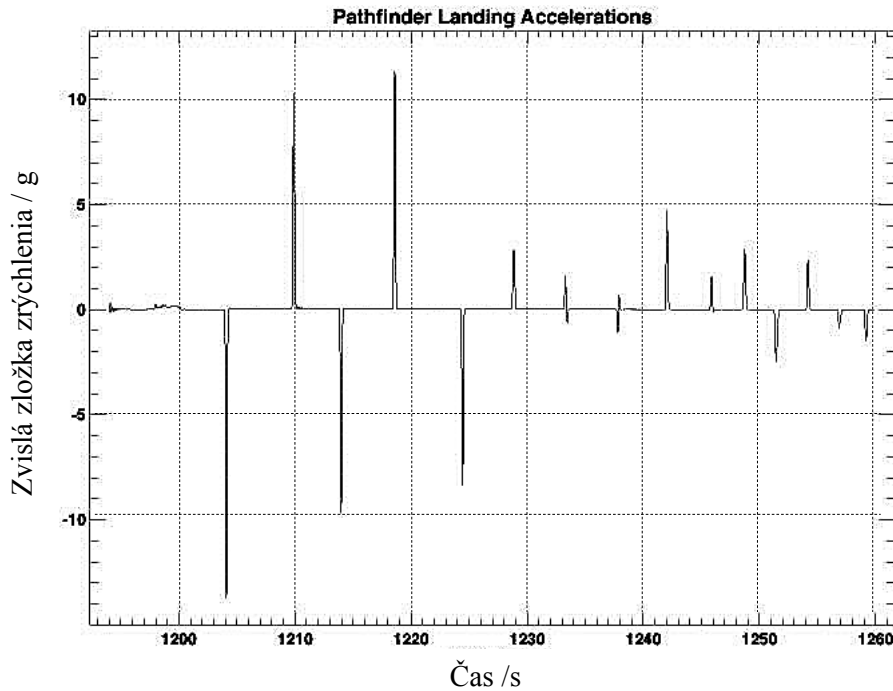
φ / stupeň	0	3	6	9	12	$\varphi_m \approx$
F_t / N						
F_n / N						
$(f F_n - F_t) / \text{N}$						

Úlohu riešte všeobecne, časť d) pre hodnoty: hmotnosť tyče $m = 1,00 \text{ kg}$, tiažové zrýchlenie $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, faktor statického trenia medzi koncom tyče a podložkou $f = 0,15$.

Pomôcka: Moment zotrvačnosti tyče vzhľadom na os kolmú na tyč a prechádzajúcu jej koncovým bodom $J = (1/3) m l^2$, m je hmotnosť a l dĺžka tyče.

2. Pathfinder

Dňa 4. júla 1997 pristála na povrchu Marsu americká sonda Pathfinder. Pristávací manéver sa uskutočnil pomocou nafúknutého obalu (airbagu s guľovým povrchom), ktorý chránil palubné prístroje sondy pred poškodením, pri dopade na povrch planéty. Po prvom dopade skákala sonda s obalom ako lopta až do zastavenia. Na obr. A-1 je záznam údajov snímačov zrýchlenia Pathfinderera počas pristávania. Impulzy zodpovedajú jednotlivým odrazom od povrchu, pričom rôzna polarita a veľkosť súvisí s rotáciou sondy pri odrazoch.



Obr. A-1 Záznam akcelerometra na sonde behom pristávania

(<http://photojournal.jpl.nasa.gov/jpeg/PIA00797.jpg>)

Podľa informácií NASA bola rýchlosť dopadu sondy na povrch Marsu $v_0 = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, pričom sonda sa odrazila do výšky $h_1 = 15 \text{ m}$ a po odraze dopadla vo vzdialenosti $d_1 = 100 \text{ m}$.

Pre analýzu pristátia sondy použijete nasledujúce predpoklady:

- odrazy sa odohrali v súvislom vodorovnom teréne
- odrazy sú čiastočne pružné, pričom pomer $k = v_o/v_d$ rýchlosti v_o tesne po odraze a v_d tesne pred dopadom je pre všetky odrazy rovnaký a platí $k < 1$,
- uhol α dopadu na povrch vzhľadom na kolmicu k povrchu Marsu je rovný uhlu odrazu,
- vplyv rotácie sondy a odpor prostredia na postupný pohyb sondy neuvažujte .

a) Určte uhol α dopadu sondy na povrch Marsu.

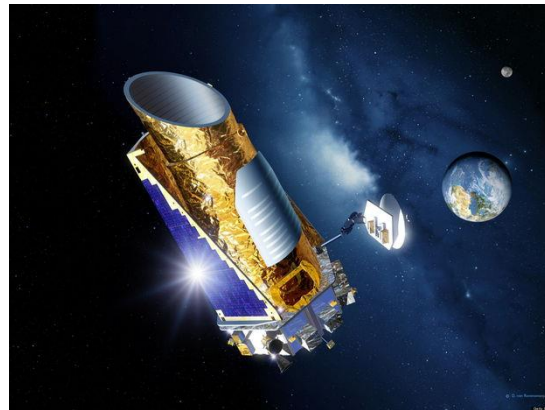
b) Na základe použitých predpokladov a záznamu zrýchlenia určte tiažové zrýchlenie g_M na povrchu Marsu a pomer k . Nerovnosť povrchu Marsu spôsobuje určitú nepravidelnosť doby jednotlivých skokov. Využite preto celý záznam na potlačenie vplyvu tejto nepravidelnosti na váš výsledok. (Použite vhodnú grafickú metódu riešenia.)

c) Hodnotu g_M určte aj výpočtom zo známej hmotnosti Marsu $M_M = 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$, polomeru $R_M = 3,40 \cdot 10^6 \text{ m}$ a gravitačnej konštanty $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$. Výsledok porovnajte s hodnotou určenou v časti b).

3. Kepler 452b

Kepler-452b je extrasolárna planéta obiehajúca okolo žltého trpaslika (hviezdy) Kepler-452. Planéta bola objavená Keplerovým vesmírnym teleskopom a jej objavenie oznámila NASA 23. júla 2015.

Planéta je vzdialená približne $d \approx 1\,400$ ly (light year – svetelný rok) od slnečnej sústavy. Veličiny súvisiace s planétou budeme označovať indexom „P“ a veličiny hviezdy s indexom „H“. Z periodických zákrytov hviezdy astronómovia zistili, že doba obehu planéty okolo hviezdy $T = 385$ dní. Z ďalších meraní zistili, že polomer planéty $R_P \approx 1,60 R_Z$, hmotnosť planéty $M_P \approx 5,0 M_Z$, polomer hviezdy $R_H \approx 1,11 R_S$, hmotnosť hviezdy $M_H \approx 1,04 M_S$, teplota povrchu hviezdy $T_H \approx 5\,757$ K.



Obr. A-2 Umelecké stvárnenie Keplerovho vesmírneho ďalekohľadu

- Určte polomer r_P kružnicovej orbitálnej trajektórie planéty.
- Určte gravitačné zrýchlenie g_P na povrchu planéty.
- Určte priemernú teplotu T_P na povrchu planéty, ak predpokladáte, že planéta i hviezda sú dokonale čierne telesá a teplota na celom povrchu planéty je rovnaká.
- Určte výkon P žiarenia hviezdy Kepler 452, ktoré dopadne na povrch primárneho kruhového zrkadla vesmírneho teleskopu Kepler s priemerom D , ak je nasmerovaný priamo na hviezdu. Určte počet N fotónov svetla, ktoré dopadnú na zrkadlo teleskopu za čas $\tau = 1$ s, ak predpokladáte, že žiarenie hviezdy má vlnovú dĺžku $\lambda = 550$ nm?

Ak svetlo s vlnovou dĺžkou λ dopadá kolmo na rovinnú prekážku, v ktorej je kruhový otvor s priemerom D , po prechode otvorom sa šíri v tvare svetelného kužeľa s vrcholovým uhlom (vzájomný uhol medzi dvomi protíahlymi povrchovými priamkami) $\theta = 1,220 \frac{\lambda}{D}$. Rovnaký vzťah určuje rozlišovaciu schopnosť ďalekohľadu, pričom θ je minimálna uhlová vzdialenosť medzi dvomi bodmi, ktoré je ďalekohľad schopný zobrazit' ako oddelené body. Hlavné zrkadlo Keplerovho vesmírneho teleskopu má priemer $D = 1,4$ m a pracuje v rozsahu vlnových dĺžok žiarenia $340 \div 890$ nm.

- Určte minimálnu vzájomnú vzdialenosť x dvoch objektov, ktoré by mohol Keplerov vesmírny teleskop zobrazit' oddelene pri vzdialenosti d objektov od teleskopu. Porovnajte vzdialenosť x s polomerom r_P orbitálnej trajektórie planéty a posúďte, či by mohol teleskop planétu od hviezdy rozlíšiť.

Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty: polomer Zeme $R_Z \approx 6,38 \times 10^6$ m, hmotnosť Zeme $M_Z \approx 5,97 \times 10^{24}$ kg, polomer Slnka $R_S \approx 6,96 \times 10^8$ m, hmotnosť Slnka $M_S \approx 1,99 \times 10^{30}$ kg, gravitačná konštanta $G \approx 6,67 \cdot 10^{-11}$ m³·kg⁻¹·s², priemerná vzdialenosť Zeme od Slnka $r_Z \approx 1,50 \times 10^{11}$ m, rýchlosť svetla vo vákuu $c \approx 3,00 \times 10^8$ m·s⁻¹, Stefan-Boltzmanova konštanta $\sigma \approx 5,67 \times 10^{-8}$ W·m⁻²·K⁻⁴, Planckova konštanta $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s.

4. Fotografia rybičky v akváriu

V pravouhlej vaničke akvária pláva malá rybička vo vzdialenosti a od zvislej steny akvária. Rybičku chceme vyfotografovať zo vzdialenosti b od akvária, pričom optická os objektívu fotoaparátu a rybičky je kolmá na uvedenú stenu akvária.

Objektív fotoaparátu si predstavte ako jednoduchú tenkú spojnú šošovku s ohniskovou vzdialenosťou f . Obraz sa vytvára na CCD senzore fotoaparátu. Pri zaostrovaní fotoaparátu sa nastaví vzdialenosť d medzi šošovkou a povrchom senzora, pri ktorej vznikne v rovine povrchu senzora ostrý obraz rybičky.

- a) Nakreslite obrázok a znázornite v ňom optickú os, polohy predmetu, steny akvária, šošovky, senzora, polohu obrazu a chod lúčov. V obrázku označte jednotlivé veličiny dôležité pre riešenie úlohy. Popíšte obrázok.
- b) Určte vzdialenosť d .

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $a = 15,0$ cm, $b = 50,0$ cm, $f = 35,0$ mm, index lomu vody $n = 1,33$, index lomu vzduchu $n_0 = 1,00$.

Sklenenú stenu akvária považujte za veľmi tenkú, jej vplyv na zobrazenie neuvažujte.

Pre malý uhol α (v radiánoch) platí $\sin\alpha \approx \alpha$, $\cos\alpha \approx 1$.