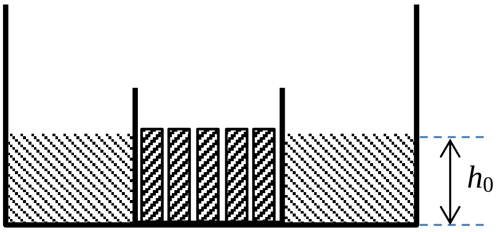
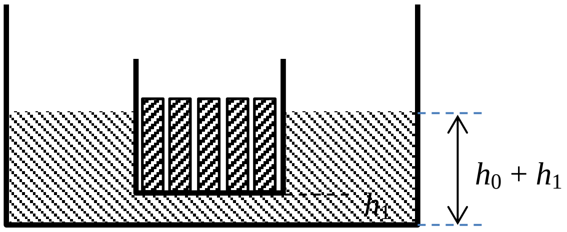
57. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2015/2016
Okresné kolo kategórie F
Riešenie úloh

1. Kamenné dosky na dne bazéna

a) Najskôr určíme hmotnosť M_1 suda naloženého doskami. Obsah dna bazéna: $S_\mathrm{B} = a^2$, S_B = 9,00 m^2, obsah podstavy kamennej dosky $S_\mathrm{d} = b^2$, $S_\mathrm{d} = 0{,}0900\ \mathrm{m}^2$. K obloženiu dna bazéna bolo potrebných $N = a^2/b^2$, pre dané hodnoty N = 100 dosiek.
Hmotnosť naloženého suda $M_1 = M_0 + N\,m$, M_1 = 1 050 kg.



Obr. RF–1



Obr. RF–2

V okamihu, keď sa začne vznášať, dotýka sa sud ešte dna bazéna. Aby sa sud začal vznášať, podľa Archimedovho zákona ponorená časť suda vytlačí vodu s hmotnosťou rovnou hmotnosti naloženého suda, obr. RF–1.

obrázok 1b

$$V_1 = \frac{M_1}{\rho} = \frac{M_0 + N\,m}{\rho}$$, pre dané hodnoty V_0 = 1,05 m^3.

Obsah podstavy suda $S = \dfrac{\pi D^2}{4}$, pre dané hodnoty $S \approx$ 1,77 m^2,

výška ponorenej časti suda

$$H_1 = \frac{V_1}{S} = \frac{V_1}{\pi D^2/4}.$$

Keďže sa sud dotýka dna, je = $h_0 = H_1$, pre dané hodnoty h_0 = 59,4 cm. 1b

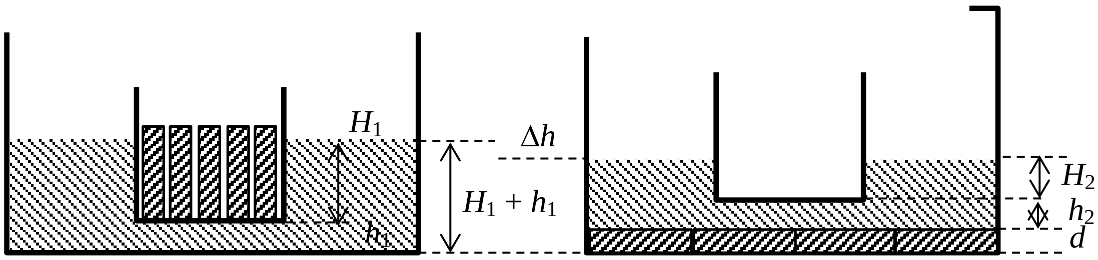
b) Aby voda dosiahla výšku h_0, musí sa napustiť objem vody $(S_\mathrm{B} - S)\,h_0$, kde $S_\mathrm{B} = a^2$ je plocha dna bazéna. Potom sa napustí ešte voda s objemom $S_\mathrm{B}\,h_1$, obr. RF–2.

obrázok 1b

Celkový objem napustenej vody

$$V = h_0\left(a^2 - S\right) + h_1\,a^2$$, pre dané hodnoty $V \approx$ 5,20 m^3. 1b

c) Po vyložení všetkých dosiek sa objem V vody v bazéne nezmení. Dno sa zvýši o hrúbku d dosiek, čo predstavuje kladný príspevok k výške hladiny. Po vyložení dosiek sa zníži ponor suda na H_2, čo spôsobí pokles hladiny. Keďže hustota dosiek je väčšia ako hustota vody, bude výsledná zmena výšky hladiny záporná (pokles).
Situáciu znázorňuje obr. RF–3. obrázok 1b



Obr. RF–3

Zmena výšky $\Delta h = (H_2 + h_2 + d) - (H_1 + h_1)$,
kde H_2 je výška ponorenej časti prázdneho suda a h_2 výška dna suda nad povrchom dosiek.

Z Archimedovho zákona (rovnako ako v časti a)) máme

$$V_0 = \frac{M_0}{\rho} \quad \text{a} \quad H_2 = \frac{V_0}{S} = \frac{M_0}{\rho S}$$, pre dané hodnoty $H_2 \approx 2{,}82$ cm.

Objem vody

$$V = H_2 \left(a^2 - S\right) + a^2 h_2,$$

odkiaľ určíme výšku dna nad povrchom dosiek

$$h_2 = \frac{V - H_2 \left(a^2 - S\right)}{a^2}$$, pre dané hodnoty $h_2 \approx 55{,}5$ cm.

Rozdiel výšky hladiny $\Delta h = (H_2 + h_2 + d) - (H_1 + h_1)$, pre dané hodnoty $\Delta h \approx -8{,}38$ cm.

3b

d) Výhodou použitia plávajúceho suda je
- sud možno ľahko presúvať kde treba
- pri usádzaní dosiek na dno sa znižuje námaha robotníka vzhľadom na zníženie tiaže dosky o vztlakovú silu. 2b

2. Občerstvenie v ľadovom hoteli

a) Hmotnosť železnej vetvičky je $m_{\mathrm{Fe}} = V\,\rho_{\mathrm{Fe}}$, $m_{\mathrm{Fe}} = 23{,}6$ g.
Potom hmotnosť ľadu $m_{\mathrm{L}} = m - m_{\mathrm{Fe}}$, $m_{\mathrm{L}} = 361{,}4$ g.
Pomer hmotností ľadu a železnej vetvičky

$$p = \frac{m_{\mathrm{L}}}{m_{\mathrm{Fe}}} = \frac{m}{\rho_{\mathrm{Fe}} V} - 1$$. Pre dané hodnoty $p \approx 15{,}3$. 1b

b) Teplota ľadu a železnej vetvičky, ktoré tvoria pohár, sa zvýši z teploty t_1 na teplotu t_2. Pre celkové prijaté teplo platí

$Q = (t_2 - t_1)\,(m_{\mathrm{L}}\,c_{\mathrm{L}} + m_{\mathrm{Fe}}\,c_{\mathrm{Fe}})$, pre dané hodnoty $Q \approx 6{,}13$ kJ. 2b

c) Po naliatí džúsu sa začne pohár zohrievať a džús chladnúť. Najprv sa pohár ochladí na teplotu t_0 topenia sa ľadu. Keď sa ľad zohreje na teplotu t_0, začne ďalšie prenesené teplo z džúsu roztápať ľad na dotykovej ploche ľadu s džúsom. Voda vznikajúca roztápaním ľadu sa mieša s džúsom a zohreje sa na teplotu džúsu. Postupne sa hrúbka steny zoslabuje. 2b

d) Keď stúpne teplota pohára na teplotu t_0 topenia sa ľadu platí pre výmenu tepla

$$\left(m_L\,c_L + m_{Fe}\,c_{Fe}\right)\left(t_0 - t_2\right) = \rho_d\,V_d\;c_d\;\left(t_3 - t_5\right).$$

$$t_5 = \; t_3 - \frac{\left(m_{\mathrm{L}}\,c_{\mathrm{L}} + m_{\mathrm{Fe}}\,c_{\mathrm{Fe}}\right)\left(t_0 - t_2\right)}{\rho_{\mathrm{d}}\,V_{\mathrm{d}}\;c_{\mathrm{d}}}$$, pre dané hodnoty $t_5 \approx 43{,}9$ °C. 2b

e) Pri ďalšom ochladzovaní sa začne pomaly roztápať ľad na vnútornej strane, pričom vznikajúca voda sa zmieša s džúsom a teplota zvyšného ľadu sa nemení. Pre výslednú teplotu kvapaliny t_4 máme rovnicu

$$m_{\mathrm{L1}}\,l_t + m_{\mathrm{L1}}\,c_{\mathrm{v}}\;\left(t_4 - t_0\right) = m_{\mathrm{d}}\;c_{\mathrm{d}}\;\left(t_5 - t_4\right),$$

z ktorej určíme hmotnosť m_{L1} roztopeného ľadu pohára a odtiaľ pomer r

$$r = \frac{m_{\mathrm{L1}}}{m_{\mathrm{L}}} = \frac{\rho_{\mathrm{d}}\,V_{\mathrm{d}}}{m_{\mathrm{L}}}\;\frac{c_{\mathrm{d}}\,\left(t_5 - t_4\right)}{l_t + c_{\mathrm{v}}\,\left(t_4 - t_0\right)}$$, predané hodnoty $r \approx 5{,}7$ %. 2b

Ak za výslednú teplotu t_4 dosadíme hodnotu t_0 úplného ochladenia džúsu v pohári, máme

$$r_0 = \frac{m_{\mathrm{L1}}}{m_{\mathrm{L}}} = \frac{\rho_{\mathrm{d}}\,V_{\mathrm{d}}}{m_{\mathrm{L}}}\;\frac{c_{\mathrm{d}}\,\left(t_5 - t_0\right)}{l_t}$$, pre dané hodnoty $r_0 \approx 46$ %.

Pohár sa i pri maximálnom ochladení džúsu nerozpadne. 1b

3. Vzduchovka

a) Vzdialenosť d medzi kotúčmi preletí náboj za čas t. Priestrel na 2. kotúči bude odklonený od priestrelu na 1. kotúči o uhol φ, pre ktorý máme $\varphi = 2\,\pi\, f\, t$. Platí tiež $v = d/t$.
Z oboch výrazov máme výsledok

$$v = \frac{2\pi\, f\, d}{\varphi}\ . \qquad \text{3b}$$

Vzťah platí, ak je uhol v radiánoch. Ak sa použije hodnota v stupňoch, treba zameniť vo vzťahu plný uhol 2π rad za 360°.
Pre dané hodnoty veličín v = 225 m/s. 2b

b) Vzduch v hlavni svojím tlakom na náboj vykonal na náboji pri jednom výstrele prácu $W = F\, l$, pre dané hodnoty veličín $W \approx 15$ J. 3b
Energia E náboja v okamihu opustenia hlavne je rovná práci W, ktorú vykonal vzduch počas výstrelu, tzn. $E \approx 15$ J. 2b

4. Vodná elektráreň Tri rokliny

a) Tlak vody p pozostáva z atmosférického tlaku p_n na hladinu a hydrostatického tlaku vodného stĺpca. V hĺbke h_1 = 175 m pod voľnou hladinou jazera priehrady
$p = \rho\, g\, h_1 + p_n$, pre dané hodnoty p = 1,85 MPa. 2b

b) Objem V vody, ktorý pretečie priehradou za jeden deň, ak prítok vody do jazera je Q_m,
$V = (Q_m\,/2)\, t$, kde t = 1 d = 86 400 s. Pre dané hodnoty V = 5,01 km^3. 2b

c) Priemerná hĺbka h_p vody v jazere priehrady
$V_0 = S_0\, h_0$, z toho $h_0 = V_0/S_0$. Pre dané hodnoty $h_0 \approx 36{,}4$ m. 2b

d) Voda s hmotnosťou m má v hĺbke h vzhľadom na hladinu potenciálnu energiu mgh. Prostredníctvom práce tlakovej sily vo výtokovom otvore sa táto energia mení na kinetickú energiu vodného toku. V turbíne dochádza k premene kinetickej energie vodného toku na mechanickú energiu agregátu turbína − generátor a v elektrickom generátore dochádza k premene mechanickej energie na elektrickú. Keby v sústave neboli straty energie, bola by elektrická energia E vyrobená pri prechode vody s hmotnosťou m sústavou $E = m\, g\, h$. 1b
Vhodný obrázok 1b

e) Výkon vodného toku je približne daný podielom

$$P = \frac{m\, g\, h}{t} = \frac{\rho V\, g\, h}{t} = \rho\, Q_{tur}\, g\, h\,,$$

kde $Q_{tur} = V/t$ je prietok vody. Pre dané hodnoty $P \approx 43$ GW. 2b

---

57. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy okresného kola kategórie F*

Autori úloh:	Daniel Kluvanec, Monika Hanáková
Recenzia a úprava:	Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Daniel Kluvanec
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2016