

58. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2016/2017
Kategória A – celoštátne kolo
Žilina – 8. 4. 2017
text experimentálnej úlohy

Dôležité upozornenie !!!

V úlohe budete pracovať s mimoriadne silnými magnetmi. Silné magnetické pole môže ovplyvňovať funkciu elektronických zariadení. Magnetické guľôčky neprikladajte priamo k pamäťovým médiám (USB kľúče, disky počítačov, smartfóny a pod.), k hodinkám najmä mechanickým, platobným a iným kartám s magnetickým záznamom. Vzdialenosť 10 cm je dostatočne bezpečná.

Kmity magnetky v magnetickom poli

V súčasnosti sú populárne guľôčky, veľmi silné NdFeB (neodýmové) magnety, z ktorých možno vytvárať rôzne štruktúry. Možno ich použiť na hranie, možno z nich zostavovať rôzne zaujímavé tvary aj ozdoby, možno ich však použiť aj na fyzikálne merania.

V našej úlohe použijeme magnetické guľôčky s priemerom $d = 4,95$ mm a hmotnosťou $m = 0,486$ g. V celom objeme guľôčky je vnútorné homogénne magnetické pole s indukciou \mathbf{B}_g a guľôčka tak predstavuje magnetický dipól s magnetickým momentom $\mathbf{p}_g = (\mathbf{B}_g/\mu_0) V_g$, kde V_g je objem guľôčky a $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H·m⁻¹ magnetická konštanta.

Z ôsmich guľôčok je vytvorená magnetická strelka (magnetka), ktorú použijete **na meranie magnetického poľa**, ďalšie dve magnetické guľôčky použijeme na vytváranie **vonkajšieho magnetického poľa v priestore**, ktoré sa skladá s magnetickým poľom Zeme.

Teoretický úvod

Keď sa guľôčka s magnetickým momentom \mathbf{p}_g (magnetický dipól) nachádza vo vonkajšom magnetickom poli s indukciou \mathbf{B} , pôsobí na ňu moment sily

$$\mathbf{M} = \mathbf{p}_g \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

ktorý sa snaží natočiť magnetický dipól do smeru magnetického poľa \mathbf{B} , v ktorom sa nachádza.

Magnetka vytvorená z n guľôčok usporiadaných do jedného radu má magnetický moment $\mathbf{p}_m = n \mathbf{p}_g$ a výsledný moment sily je súčtom momentov sily pôsobiacich na jednotlivé guľôčky magnetky.

Magnetický dipól je sám zdrojom magnetického poľa v svojom okolí. Na magnetickej osi dipólu vo vzdialenosti $r \gg d$ od jeho stredu je magnetická indukcia

$$\mathbf{B}_{g\text{os}}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mathbf{p}_g}{r^3}. \quad (2)$$

Metóda merania

Na meranie indukcie \mathbf{B} vonkajšieho magnetického poľa využijeme silové pôsobenie tohto magnetického poľa na magnetku. Použijte magnetku vytvorenú z $n = 8$ magnetických guľôčok usporiadaných do priamej retiazky, obr. A3–E1. Magnetka je upevnená v puzdre, stredom ktorého kolmo na smer magnetky prechádza niť. To umožňuje magnetke pri napnutej niti otáčať sa v rovine kolmej na niť. Niť je osou otáčania magnetky.

Otáčanie magnetky v magnetickom poli okolo osi danej niťou určuje pohybová rovnica

$$J \varepsilon = M = -p_m B_{\perp} \sin \varphi, \quad (3)$$

kde B_{\perp} je zložka indukcie magnetického poľa kolmá na os otáčania a φ je uhlová výchylka medzi vektormi \mathbf{p}_m a \mathbf{B}_{\perp} . Veličina $D = p_m B_{\perp}$ definuje *direkčný moment* magnetky vzhľadom na os otáčania.

Pre $|\varphi| \ll 1$ rad (pri malých výchylkách magnetky) možno použiť približný vzťah $\sin \varphi \approx \varphi$. Rovnica (3) potom predstavuje rovnicu malých harmonických rotačných kmitov s periódou

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}. \quad (4)$$

Pomocou merania periódy kmitov možno vyšetřovať magnetické pole a vlastnosti magnetky.

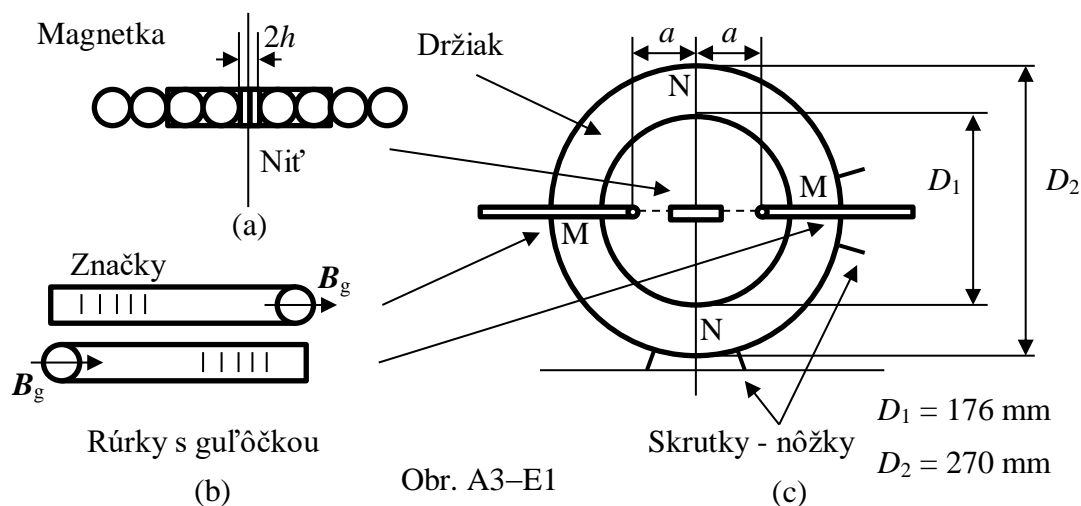
Úloha 1 Určte dipólový moment jednej guľôčky

Magnetku zostavenú $n = 8$ rovnakých guľôčok zavesíme na zvislú tenkú niť, obr. A3–E1. Štyri guľôčky sú uložené v plastovom puzdre, ktorým prechádza niť, čím sa zabezpečí rovina otáčania magnetky kolmá na niť. Medzi vnútornými guľôčkami je medzera vytvorená dvomi papierovými vložkami s hrúbkou $h = 0,50$ mm, medzi ktorými je vedená niť. Na upevnenie nite s magnetkou slúži polystyrénový držiak s nôžkami (mosadznými skrutkami) na postavenie do dvoch vzájomne kolmých polôh. Polohu držiaka možno jemne nastavovať otáčaním skrutiek. V držiaku je dvojica otvorov „N“ na niť. Niť opatrne zasúňte do otvorov pomocou drôtených háčikov, stred magnetky nastavte do stredu držiaka a niť zaistite drevenými kolíkmi. Držiak nastavte tak, aby mala niť zvislý smer a dipólový moment magnetky smer horizontálnej zložky \mathbf{B}_{Zh} indukcie magnetického poľa Z_{eme} .

Potom do druhej dvojice otvorov „M“ zasúňte rúrky s magnetickými guľôčkami na vytvorenie vonkajšieho magnetického poľa tak, aby guľôčky smerovali ku stredu držiaka a vnútorné rysky na rúrkach sa kryli s vonkajším obvodom držiaka – v tomto prípade je vzdialenosť guľôčok od stredu držiaka $a_1 = 100$ mm. Rysky na rúrkach sú vzájomne vzdialené 5,0 mm.

Magnetické pole v mieste magnetky budete meniť zasúvaním rúrok s magnetickými guľôčkami do otvorov M. Rúrky vložte do otvorov M držiaka tak, aby pole vytvorené guľôčkami v strede magnetky malo rovnaký smer ako \mathbf{B}_{Zh} .

Rúrky v držiaku treba nastaviť tak, aby boli guľôčky vo vzájomnej vzdialenosti $2a$ súmerne voči osi (niti). Dvojica guľôčok v rúrkach vytvára na spoločnej osi magnetické pole s indukciou \mathbf{B}_o , ktoré možno určiť pomocou vzťahu (2). Výsledné pole v strede magnetky má indukciu $\mathbf{B}_{\perp} = \mathbf{B}_{Zh} + \mathbf{B}_{os}$.



Zemské magnetické pole je v mieste merania homogénne, tzn. direkčný moment v tomto poli $D_{Zh} = n p_g B_{Zh}$. Pole vytvorené guľôčkami je nehomogénne a výsledný direkčný moment D_o dostaneme sčítaním direkčných momentov jednotlivých guľôčok. Výsledok možno vyjadriť v tvare $D_o = k n p_g B_{os}$, kde B_{os} je indukcia magnetického poľa vytvoreného guľôčkami, umiestnenými v rúrkach v otvoroch M, v strede magnetky, faktor k koriguje nehomogenitu poľa. Faktor k síce závisí od pomeru a/d , ale pre magnetku z $n = 8$ guľôčok v rozmedzí hodnôt $a = (80 \div 100)$ mm má hodnotu $k = k_8 = 1,11 (\pm 2 \%)$ a možno ho považovať za konštantný.

Ak majú vektory B_{Zh} , B_{os} a p_m v stave rovnováhy rovnaký smer, použitím (2) dostávame pre direkčný moment magnetky vzťah

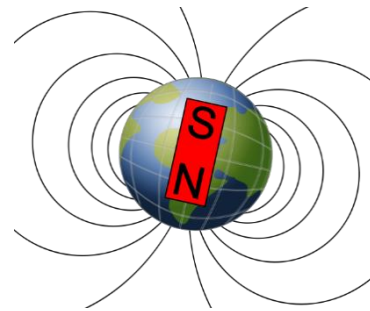
$$D_8(a) = 8 p_g k_8 \left(\frac{\mu_0 p_g}{\pi a^3} \right) + 8 p_g B_{Zh} \quad (5)$$

Magnetické pole v mieste magnetky nastavujte zasúvaním rúrok s guľôčkami. Postupným zasúvaním podľa značiek nastavujte hodnoty a v rozsahu $80 \div 100$ mm. Pre každú nastavenú hodnotu a merajte periódu T malých kmitov magnetky vo vodorovnej rovine okolo rovnovážnej polohy.

- Určte moment zotrvačnosti J_m magnetky vzhľadom na os otáčania pre magnetku s $n = 8$ guľôčkami pomocou zadaných hodnôt veličín.
- Zmerajte periódu T kmitov pre 5 rôznych hodnôt vzdialenosti a v rozsahu $80 \div 100$ mm. Šiestu hodnotu T_6 periódy zmerajte po odstránení rúrok s guľôčkami dostatočne ďaleko od magnetky. Každú periódu zmerajte čo najpresnejšie 5-krát a z nameraných hodnôt pre dané a určte strednú hodnotu. Hodnoty a_i , namerané hodnoty T_{ij} a stredné hodnoty T_i zaznamenajte do tabuľky (Tab. 1 v protokole).
- Perióda T je funkciou vzdialenosti a . Zostrojte vhodný graf pre veličiny T a a . Premenné na osiach x , y grafu zvolte tak, aby ste získali lineárny graf. Vypočítané hodnoty zvolených premenných x , y grafu zapíšte do posledných dvoch stĺpcov Tab.1. Do grafu znázorníte šesť získaných dvojíc údajov, zostrojte najpravdepodobnejšiu priamku lineárnej závislosti $y = Kx + Q$ a určte jej parametre K , Q .
- S použitím získaného parametra K a ďalších hodnôt určte hodnotu magnetického momentu p_g guľôčky a magnetickej indukcie B_g vnútorného poľa guľôčky.

Úloha 2 Určte zložky indukcie a inklináciu magnetického poľa Zeme

Zem predstavuje obrovský magnetický dipól, obr. A3–E2 (póly N–north, S–south). Vektor magnetickej indukcie \mathbf{B}_Z Zeme leží v rovine určenej daným bodom a magnetickou osou Zeme. V danom mieste povrchu Zeme vektor \mathbf{B}_Z s vodorovnou rovinou zvierá uhol ϑ , ktorý sa nazýva *inklinácia* magnetického poľa Zeme. Vektor \mathbf{B}_Z v každom mieste nad povrchom Zeme možno rozložiť na horizontálnu \mathbf{B}_{Zh} a vertikálnu \mathbf{B}_{Zv} zložku.



Obr. A3–E2

- a) Z výsledku predchádzajúcej úlohy určte hodnotu B_{Zh} horizontálnej zložky zemského magnetického poľa.

Na určenie hodnoty B_{Zv} vertikálnej zložky zemského magnetického poľa natočte držiak tak, aby os rotácie (niť) bola vodorovná, pričom rúrky s guľôčkami sú odložené v dostatočnej vzdialenosti. Na magnetku tak pôsobí iba magnetické pole Zeme. Všimnite si, že ak otáčame držiak s vodorovnou niťou okolo zvislej osi dookola, mení sa uhol sklonu magnetky voči vodorovnej rovine.

- b) Určte smer nite, pri ktorom má magnetka zvislý smer. Odpoveď zdôvodnite.
- c) Nastavte držiak tak, aby niť zaujala smer určený v predchádzajúcej úlohe b) a zmerajte periódu T_7 kmitov magnetky. Výsledok merania zaznamenajte do tabuľky (Tab. 2 v protokole).

Ak v nastavenej polohe magnetka nesmeruje presne zvislo, možno jemne upraviť polohu jej ťažiska miernym vyklonením vonkajších guľôčok magnetky.

- d) Z hodnôt získaných meraním určte hodnotu vertikálnej zložky B_{Zv} magnetického poľa Zeme a inklináciu ϑ . Určte, či je inklinácia v bode merania kladná alebo záporná, tzn. či vektor \mathbf{B}_Z smeruje nad alebo pod vodorovnú rovinu.

Pozn. 1: Magnetka veľmi citlivo reaguje na zmeny magnetického poľa, ktoré môžu spôsobiť okolité predmety. Dbajte preto na to, aby sa v blízkosti magnetky nenachádzali magnety a nežiaduce predmety z feromagnetických materiálov.

Pozn. 2: Posúvaním nite nastavte magnetku tak, aby sa jej stred nachádzal v strede držiaka. Pred meraním niť mierne napnite a zaistite drevenými kolíkmi.

Pozn. 3: Príspevok momentu zotrvačnosti puzdra magnetky (trubičky) a dištančných papierikov v jeho vnútri majú na moment zotrvačnosti magnetky zanedbateľný vplyv.

Pozn. 4: Moment zotrvačnosti gule s hmotnosťou m a priemerom d vzhľadom na os prechádzajúcu jej stredom $J_g = (1/10) m d^2$.

Pozn. 5: Vplyv torzného momentu nite na dobu kmitu magnetky je zanedbateľne malý.