

## 58. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2016/2017

Kategória A – celoštátne kolo

Žilina – 8. 4. 2017

Text teoretických úloh v maďarskom jazyku

### 1. Golyók a ferde síkon

Az iskolában ferde síkkal kísérleteztek. Rendelkezésükre állt két azonos anyagból készült és azonos  $R_1$  sugarú golyó. Az első golyó tömör volt, a második üreges. Az üreg egy gömb alakú légbuborék, középpontja egybeesik a golyó középpontjával. A két golyó tömegének aránya  $p = M_1/M_2 > 1$ . A ferde sík egy  $L$  hosszúságú deszka, a vízszintes síkkal zárt dőlésszöge  $\alpha$ . A golyók és deszka anyaga közti súrlódási együttható  $f$ .

- Vezessék le a golyók és légbuborék sugarának  $r = R_1/R_2$  arányát a  $p$  arányossági tényező függvényeként!
- Vezessék le a tömör golyó  $I_1$  és az üreges golyó  $I_2$  tehetetlenségi nyomatékának  $k = I_1/I_2$  arányát a  $p$  arány függvényeként! A golyók tehetetlenségi nyomatékát a geometriai középpontjukon áthaladó tengelyre számítsák!
- Készítsenek rajzot, ábrázolva a golyót a ferde síkon, és jelöljék be az ábrán a golyóra ható összes erő vektorát és annak szimbólumát! Nevezzék meg az egyes erőket!
- Mindkét golyót a deszka felső szélére helyezzük, majd elengedjük őket! Vezessék le annak a feltételét, hogy a golyó gördülő mozgással, csúszás nélkül, halad a deszkán! Mely esetben csúszik meg a golyó a deszkán?
- Határozzák meg a golyó középpontjának  $a_v$  gyorsulását, ha gördülő mozgással halad, és az  $a_k$  gyorsulását, ha haladás közben csúszik is!
- Megmérjük, hogy mennyi idő ( $t_1$  ill.  $t_2$ ) alatt érnek a golyók a deszka alsó végére! Határozzák meg a  $\tau = (t_1 - t_2)/t_1$  relatív időkülönbséget a  $p$  arány függvényeként a deszka három dőlésszögére:  $\alpha_1 = 10^\circ$ ,  $\alpha_2 = 20^\circ$  és  $\alpha_3 = 30^\circ$ !

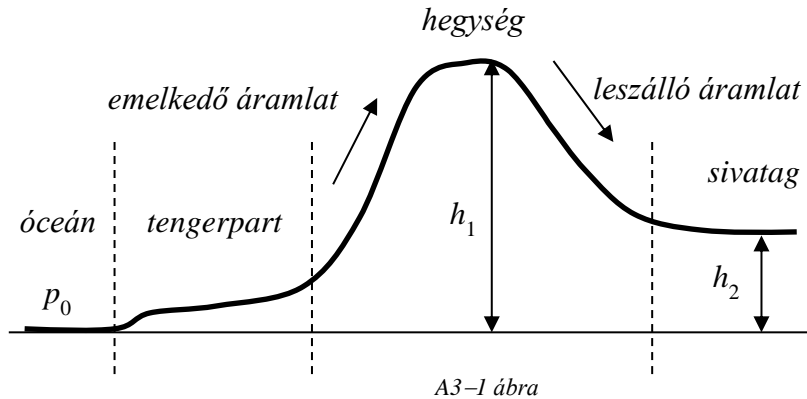
A gördülő ellenállás a golyók haladása közben elhanyagolhatóan kicsi.

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre:  $p = 2,5$ ,  $f = 0,12$ !

Egy  $m$  tömegű és  $R$  sugarú homogén golyó tehetetlenségi nyomatéka, amelyet a golyó középpontján áthaladó tengelyre számítunk,  $I = \frac{2}{5}mR^2$ .

## 2. A szárító szél

Az amerikai egyesült államokbeli Sziklás-hegységben általában nyugatról keletre áramlik a levegő, a Csendes-óceán irányából a szárazföld belseje irányában. Amikor a nedves levegő a hegység nyugati lejtőjén felfelé emelkedik, lehűl, és elveszíti nedvessége nagy részét. A hegység keleti lejtőjén, a nedvességétől megszabadult levegő lefelé ereszkedik, felmelegszik, nyomása nő. Ezt a leszálló légáramlatot az USA-ban „chinook wind”-nek hívják<sup>1</sup>. A száraz légáramlatnak köszönhetően a Sziklás-hegységtől keletre sivatag alakult ki (A3–1 ábra).



A levegő emelkedése és leereszkedése közben végbemenő termodinamikai változásokat *politropikus* állapotváltozásnak nevezzük. Az ilyen állapotváltozást a  $pV^k = p_0V_0^k$  egyenlet írja le, ahol  $k$  az ún. *politropikus állandó*  $1 < k < \kappa$  ( $\kappa$  a gáz adiabatikus állandója),  $p$  és  $V$  a gáz nyomása és térfogata egy adott helyen, míg  $p_0$  és  $V_0$  azonos mennyiségű gáz nyomása és térfogata a gáz kiindulási helyén. A levegő nyomása közvetlenül az óceán vize felett (tengerszint)  $p_0 = 101$  kPa, hőmérséklete  $t_0 = 25$  °C. A levegő  $h_1 = 4\,420$  m tengerszint feletti magasságba emelkedik (Mount Witney, Sierra Nevada), majd aláereszkedik a  $h_2 = 610$  m tengerszint feletti magasságba (Las Vegas, Mojave-sivatag).

a) Bizonyítsák be, hogy a levegő  $T$  hőmérséklete emelkedése és leszállása közben lineárisan függ a tengerszint feletti  $h$  magasságától! Határozzák meg a  $K = \Delta T / \Delta h$  koefficiens, valamint a légáramlat hőmérsékletét a  $h_1$  és  $h_2$  magasságokban!

A hegységen áthaladó légáramlat legkedvezőtlenebb hatása, hogy kiszárítja a hegységtől keletre fekvő tájat. A Sierra Nevadai hegységtől keletre terül el a Nagy medence – itt található a Halál-völgy (Death Valley), Észak-Amerika legszárazabb és legforróbb helye. Tételezzék fel, hogy a levegő relatív páratartalma az óceán szintjén  $\eta_0 = 70\%$  ( $t_0 = 25$  °C hőmérsékleten). A levegő emelkedésekor a hőmérséklete csökken,  $\eta$  relatív páratartalma pedig nő. Amikor a relatív páratartalom eléri a 100 %-ot, a pára lecsapódik (kondenzálódik). A következő táblázatban fel van tüntetve a telített levegőben levő pára  $p_n$  nyomása különböző hőmérsékleteken.

$t$ / °C	-10	-5,0	0,0	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0
$p_n$ / kPa	0,29	0,42	0,61	0,87	1,23	1,70	2,34	3,17

*Megjegyzés:* Adott hőmérsékleten, a relatív nedvesség- ill. páratartalmon a pára  $p_p$  parciális nyomásának és a telített levegőben levő pára  $p_n$  nyomásának  $\eta = p_p / p_n$  arányát értjük.

b) Vezessék le a vízpára  $p_p$  parciális nyomásának hőmérsékletfüggését, ha a vízpára viselkedését a politropikus folyamatokat leíró egyenlet adja meg, és a  $k$  állandó a levegő

<sup>1</sup> a nyugati part mentén élő chinook (ejtsd [tʃiˈnu:k] ~ csinúk) indiánokról kapta elnevezését;

politropikus állandójával azonos! Határozzák meg, mekkora a vízpára  $p_{p0}$  parciális nyomása az óceán szintjén  $t_0$  hőmérsékleten!

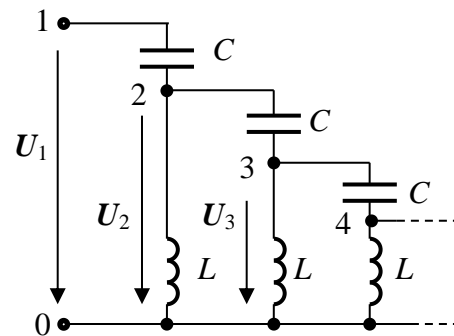
- c) Szerkesszék közös grafikonba a telített pára  $p_n$  nyomását és a pára  $p_p$  parciális nyomását a  $t$  hőmérséklet függvényeként! Határozzák meg milyen  $t_n$  hőmérsékleten válik a pára az emelkedő levegőben telítetté! Határozzák meg milyen  $h_m$  tengerszint feletti magasságban kezdődik meg a felhőképződés!
- d) Határozzák meg a pára  $p_{p1}$  és  $p_{p2}$  parciális nyomását, valamint  $\eta_1$  és  $\eta_2$  relatív nedvességtartalmát a  $h_1$  és  $h_2$  magasságokban! Az  $\eta_2$  értéket hasonlítsák össze az optimális relatív nedvességtartalommal, amely értéke 50 %!

A levegő moláris tömege  $M_v = 29 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ , az egyetemes gázállandó  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ , a nedves levegő politropikus állandója  $k \approx 1,30$ .

### 3. Sokszoros feszültségosztó

Az A3–2 ábrán egy sokszoros, nagyszámú LC tagból álló, CL feszültségosztó kapcsolási rajza látható. Az egyes tagok bemenetén fellépő feszültséget rendre  $U_n$ -vel jelöljük, ahol  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Az LC tagok számáról tételezzék fel, hogy végtelenül nagy!

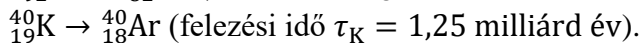
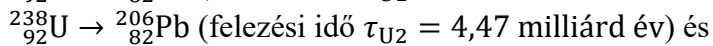
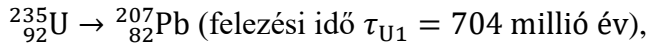
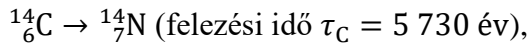
- a) Határozzák meg az áramkör  $Z$  impedanciáját az 1–0 bemeneti csatlakozási pontokra! Határozzák meg a váltakozó áramforrás feszültségének  $\omega$  körfrekvenciáját, amelynél az 1–0 bemeneti csatlakozási pontokhoz csatlakoztatott áramforrás hatásos teljesítményt ad le az áramkörbe, valamint azt a feltételt, amelynél a csatlakoztatott áramforrásnak csak meddő teljesítménye van!
- b) Határozzák meg az LC részáramkör komplex  $A_U = U_{n+1}/U_n$  feszültség átviteli tényezőjét, annak  $A_U$  abszolút értékét és  $\varphi$  fáziskülönbségét az a) részfeladatban meghatározott frekvencia tartományokra! Határozzák meg, hogy milyen feltétel mellett terjed csillapítatlan feszültség hullám a láncolat mentén!
- c) Határozzák meg, mekkora a teljesítmény-átvitel csillapítatlan hullámokkal, ha az áramforrás effektív feszültsége  $U_1$ !



Obr. A3–2

#### 4. Radiometrikus kormeghatározás

A Föld és a Földön megjelent élet fejlődésének vizsgálata megköveteli különböző ásványi és fosszilis leletek korának pontos meghatározását. A kormeghatározási módszerek között jelentős szerepet töltenek be a radiometriai kormeghatározási eljárások, amelyek magátalakulásokon alapszanak. A magátalakulásokat nem befolyásolják az anyagban jelenlevő kémiai kötések, ezért nem függenek az anyagok kémiai „múltjától”. A leggyakrabban használt eljárások a következő magátalakulásokon alapszanak:



A módszer megválasztása függ a minta jellegétől (szerves, szervetlen), ill. a minta várható korától, amelynek nagyságrendben egyeznie kell a használt magátalakulás felezési idejével. Szükséges, szintén, hogy meghatározható legyen az anya- és leánymagok mennyisége.

A föld korának meghatározásához az U–Pb kormeghatározási módszer alkalmas. A növényi és állati (emberi) leletek kormeghatározásához a C–N (radiokarbon) kormeghatározási módszer használható.

- a) Tételezzék fel, hogy az uránium  ${}^{235}_{92}\text{U}$  és  ${}^{238}_{92}\text{U}$  radioizotópjai egy egész sor  $\alpha$ - és  $\beta^-$ -bomláson mennek keresztül, míg a feltüntetett stabil Pb ólommagokká nem alakulnak át! Határozzák meg mindkét esetben az  $\alpha$ -bomlások  $A$  és  $\beta^-$ -bomlások  $B$  számát!

A  ${}^{40}_{19}\text{K}$  felezési ideje  $\tau_{\text{K}}$ , és amikor egy kálium mag átalakul  $p_1 = 11,2\%$  valószínűséggel  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$  mag, ill.  $p_2 = 88,8\%$  valószínűséggel  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$  mag keletkezik (elágazó bomlás). A természetben előforduló kálium  $p_3 = 0,0117\%$  tömegrésze  ${}^{40}\text{K}$  izotóp (a kálium tömegének többi részét annak stabil izotópjai képezik).

- b) Határozzák meg, milyen magátalakulásokról van szó a  ${}^{40}_{19}\text{K} \rightarrow {}^{40}_{18}\text{Ar}$  és  ${}^{40}_{19}\text{K} \rightarrow {}^{40}_{20}\text{Ca}$  esetekben!

- c) A minta  $m_1 = 50$  mg természetes káliumot tartalmaz. Határozzák meg a  ${}^{40}\text{K}$ -ból keletkező Ar és Ca leánymagok  $m_{\text{Ar}}$  és  $m_{\text{Ca}}$  össztömegét a mintában  $t_1 = 100$  millió év elteltével!

A K–Ar kormeghatározási módszerrel a káliumot tartalmazó kőzetek kialakulásának ill. átalakulásának idejét határozzák meg (gránit, gneisz, csillám, földpát, pala és magmás kőzetek, mint bazalt, andezit, stb.). Átalakulásukkor, vagy még láva formájukban a kőzet magas hőmérsékletű folyékony állapotban van, és az összes gáznemű argon a kőzetből elillan. A kőzet megszilárdulása után az újonnan keletkező argon megreked a kőzet szerkezetében. A vizsgált mintát vákuumban elpárologtatják, és tömeg spektrométerrel meghatározzák az egyes atomok (atommagok) előfordulását a mintában. A modern spektrométerek képesek még nanogramm mennyiségnyi anyagot is kimutatni. Mivel a mész előfordulása a kőzetekben gyakori, a K–Ca átalakulás nem alkalmas a kőzetek kormeghatározásához. Argon azonban a kőzetekben csak a K–Ar átalakulásnak köszönhetően fordulhat elő, ezért alkalmas annak a megállapítására, hogy mennyi idő telt el a kőzet utolsó magas hőmérsékletű átalakulása (pontosabban az azt követő megszilárdulása) óta.

- d) A vulkanikus hegységben végzett mélyfúrásban szerzett mintában, többek között, kimutatnak  $m_{\text{Ar}} = 2,5$  ng  ${}^{40}\text{Ar}$  izotópot is, valamint  $m_{\text{K}} = 150$  ng  ${}^{40}\text{K}$  izotópot. Határozzák meg, mennyi idő telt el ( $t_2$ ) a kőzet legutolsó nagyhőmérsékletű átalakulása óta!