

58. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2016/2017

Kategória B – domáce kolo

Text úloh

1. Odraz guľôčky od šikmej plochy

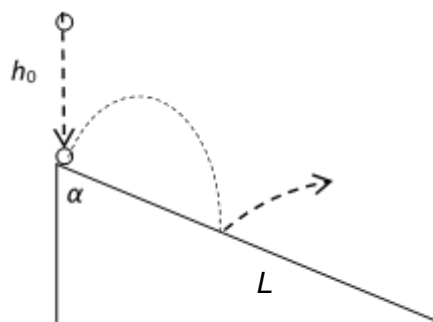
Oceľovú guľôčku s veľmi malým polomerom necháme voľne padnúť z výšky h_0 na šikmú plochu s dĺžkou L a uhlom sklonu α vzhľadom na zvislý smer, obr. B-1 (v obrázku trajektória guľôčky je kolmá na šikmú plochu). Guľôčka sa odrazí od plochy a skáče smerom k dolnému koncu šikmej plochy.

Pri riešení úlohy predpokladajte, že trenie medzi guľôčkou a plochou je nulové a odraz guľôčky od šikmej plochy je dokonale pružný.

a) Nakreslite obrázok znázorňujúci odraz guľôčky od šikmej plochy a vyznačte v ňom veličiny potrebné pre riešenie úlohy. Napíšte, čo vyplýva z predpokladu nulového trenia a dokonale pružného odrazu.

b) Určte dobu trvania n -tého skoku a vzdialenosť d_n medzi začiatočným a koncovým bodom n -tého skoku, meranú pozdĺž šikmej plochy.

c) Pre hodnoty veličín $\alpha = 75^\circ$, $L = 2,0$ m a $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ určte výšku h_0 , aby guľôčka po piatom skoku dopadla na dolný koniec šikmej plochy, celkový čas T_5 od prvého dopadu na horný koniec šikmej plochy až po dopad na dolný koniec plochy a uhol α_5 vzhľadom na šikmú plochu, pod ktorým guľôčka dopadne na dolný koniec plochy.

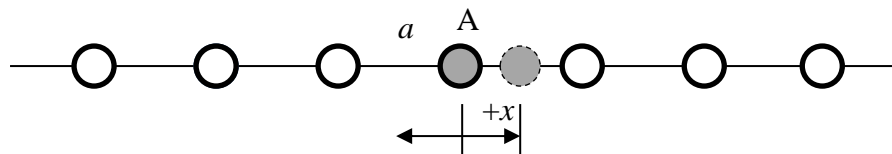


Obr. B-1

2. Kmity iónu v jednorozmernej mriežke

Atómy kryštalických látok sú usporiadané do pravidelnej mriežky. Ich vzájomné polohy určujú elektrické sily, ktoré medzi nimi pôsobia. Každý atóm sa nachádza v svojej rovnovážnej polohe, okolo ktorej kmitá.

Všeobecné riešenie silových pôsobení v kryštáli je pomerne zložité. Na prvé priblíženie sa používajú rôzne zjednodušené modely. Najjednoduchší je jednorozmerný nekonečný model iónovej mriežky, tzv. lineárny reťazec, kde sú ióny pravidelne usporiadané na priamke. Uvažujme reťazec kladných jednomocných iónov umiestnených na priamke vo vzájomných vzdialenostiach a , obr. B-2. Vyberme jeden ión A a skúmajme jeho pohyb pôsobením zvyšných iónov, ktoré sa nachádzajú v pokoji vo svojich rovnovážnych polohách.



Obr. B-2

- Je potrebné v riešení úlohy zohľadňovať aj gravitačné pôsobenie iónov? Odpoveď zdôvodnite
- Odvodte vzťah pre výslednú silu F , ktorá pôsobí na ión A pri jeho vychýlení x z rovnovážnej polohy, obr. B-2.
- Odvodte približný vzťah pre veľkosť F sily ako lineárnu funkciu x za predpokladu $x \ll a$. Učte konštantu p priamej úmernosti s relatívnou presnosťou 1 %. Určte počet N dvojíc iónov od dvojice najbližších k sledovanému iónu až po N -tú dvojicu, ktoré je potrebné brať do úvahy vo výpočte, aby sa dosiahla požadovaná presnosť konštanty p .
- Zostrojte graf závislosti veľkosti F celkovej sily podľa časti b) ako funkcie x pre N dvojíc iónov. Z grafu určte konštantu p priamej úmernosti a určte relatívnu odchýlku tejto hodnoty od hodnoty získanej výpočtom v časti c).

Ióny kryštálu kmitajú okolo svojich rovnovážnych polôh. Kmitajúce častice s nábojom sú zdrojom elektromagnetického vlnenia s frekvenciou týchto kmitov.

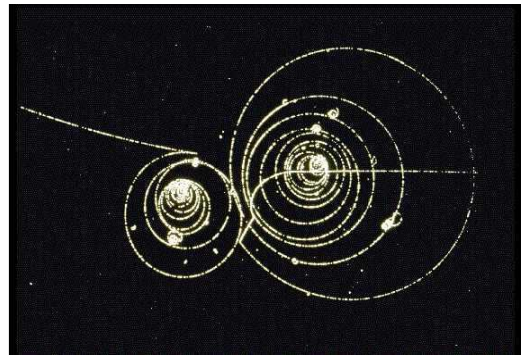
- Určte frekvenciu f kmitov sledovaného iónu a vlnovú dĺžku λ vyžarovanej elektromagnetickej vlny. Uveďte, do ktorého pásma elektromagnetického vlnenia vyžarovaná vlna patrí.

Úlohu riešite všeobecne a časti c) až e) aj pre hodnoty $a = 3,2 \times 10^{-10}$ m, $m = 4,1 \times 10^{-26}$ kg. Ďalšie potrebné konštanty vyhľadajte v tabuľkách.

Pre konštrukciu grafu využite vhodný počítačový program.

3. Hmlová komora

Hmlová komora slúži na zviditeľnenie pohybu elementárnych a atómových častíc s nábojom. V komore je nasýtená para, ktorá na časticách kondenzuje. Vzniká tak stopa, zodpovedajúca trajektórii častice. Ak je komora umiestnená v homogénnom magnetickom poli, častice s nábojom sa pohybujú po zakrivených trajektóriách. Na obr. B-3 je zaznamenaná zrážka častíc na urýchľovači v CERN. Analýzou týchto trajektórií možno častice identifikovať a skúmať rôzne interakcie častíc.



Obr. B-3

Uvažujme hmlovú komoru, v ktorej sa nachádzajú neutrálne atómy rádioaktívneho rádia ^{226}Ra . Tento izotop sa používa ako α -žiarič. Predpokladajte, že častica je z jadra emitovaná kolmo na smer vektora magnetickej indukcie.

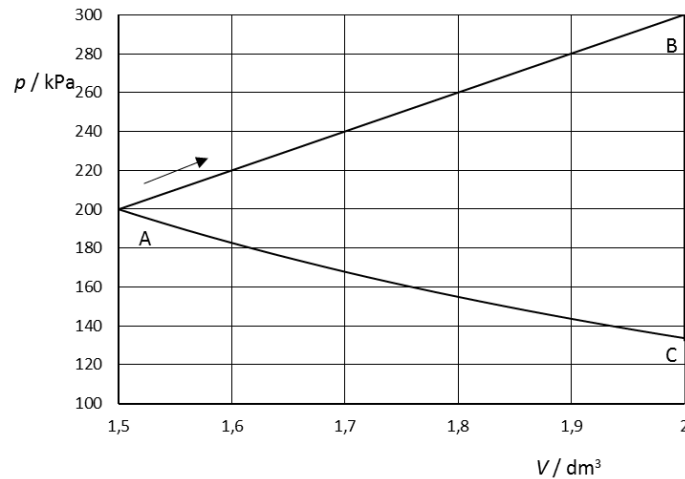
- Predpokladajte, že častica sa uvoľní z jadra rýchlosťou v . Opíšte trajektóriu častice a určte jej základné parametre. Vysvetlite, prečo má hmlová stopa častice tvar špirály, pozri obr. B-3. Ak je pravá špirála na obr. B-3 stopa častice s kladným nábojom, určte smer indukcie \mathbf{B} magnetického poľa – svoju odpoveď fyzikálne zdôvodnite.
- Napíšte rovnicu reakcie, pri ktorej dochádza k emisii častice α z atómu ^{226}Ra . Aký je názov novovzniknutého atómového jadra?

Pri uvedenej reakcii sa uvoľní energia $E = 4,87 \text{ MeV}$. Predpokladajte, že celá energia E predstavuje kinetickú energiu častice α a zvyšku atómu.

- V hmlovej komore, ktorá sa nachádza v magnetickom poli s indukciou $B = 10,0 \text{ T}$ sa objaví stopa α častice a stopa vzniknutého iónu. Určte začiatočný polomer krivosti obidvoch stôp a začiatočnú uhlovú rýchlosť obidvoch častíc.

4. Termodynamický dej

V laboratóriu sa rozhodli otestovať nový regulačný systém na riadenie termodynamického deja. Vyrobili jednoduchý model, ktorý pozostával z vodorovného valca s obsahom vnútorného prierezu S na jednom konci uzatvoreného pevným piestom a na druhom konci pohyblivým piestom pripojeným na mechanický pohon riadený počítačom. Vzduch vo vnútri valca je zohrievaný/chladený pomocou Peltierovho článku, pričom prúd článku a jeho polaritu riadi počítač. Vo vnútri valca umiestnili senzor na meranie teploty T . Informáciu o posunutí pohyblivého piesta x a o teplote vzduchu vo vnútri valca zaznamenávali pomocou počítača.



Obr. B-4

Automatický regulačný systém prispôboval teplotu T plynu a posunutie piestu x a zároveň rýchlosť posúvania piestu tak, aby Peltierov článok stíhol potrebnú teplotu nastaviť.

- a) Stručne opíšte princíp Peltierovho článku. V akom prípade článok chladí a v akom zohrieva?

Prístroj sa rozhodli otestovať na termodynamickom cykle na obr. B-4. Zo stavu A s tlakom p_1 , objemom V_1 a termodynamickou teplotou T_1 systém menil tlak p vo valci lineárne s objemom V až do stavu B s tlakom p_2 a objemom V_2 . Následne systém vykonal izochorickú zmenu do stavu C a potom adiabatickú zmenu do začiatočného stavu A.

- b) Určte potrebné stavové veličiny v stavoch B a C.

Na riadenie deja zadali regulačnú funkciu teploty T v závislosti od posunutia x .

- c) Odvoďte funkciu T ako funkciu posunutia x pre jednotlivé časti AB, BC, CA cyklu. Nakreslite graf termodynamického cyklu v súradnicovej sústave $T \sim x$.

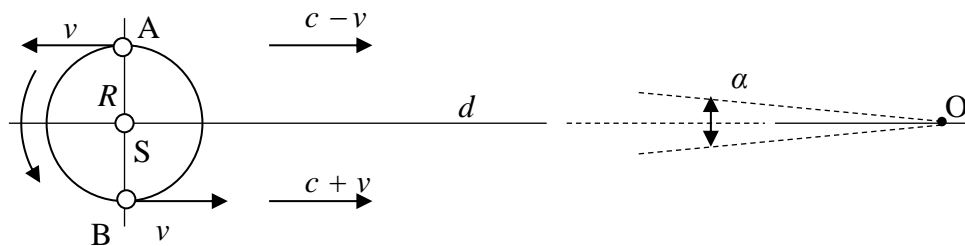
- d) Určte celkovú prácu W mechanického pohonu piestu a celkové teplo Q , ktoré odovzdal/odoberal plynu Peltierov článok behom jedného cyklu.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty podľa grafu na obr. B-4, adiabatická konštanta vzduchu $\kappa = 1,40$, $T_1 = 300$ K, $S = 1,00$ dm². Predpokladajte, že trenie pohyblivého piestu a prestup tepla plášťom a podstavami valca sú veľmi malé. Vzduch vo valci považujte za ideálny plyn.

5. Ritzov paradox

Špeciálna teória relativity (ŠTR) vychádza z tvrdenia, že rýchlosť svetla vo vákuu je rovnaká vo všetkých inerciálnych vzťažných sústavách bez ohľadu na rýchlosť pohybu zdroja. Ritzova balistická teória naopak predpokladá, že rýchlosť pohybu zdroja sa sčíta s rýchlosťou vlnenia.

Walter Ritz (1878–1909), švajčiarsky teoretický fyzik, bol kritikom Maxwellovej teórie elektromagnetizmu a ŠTR. Po ňom je pomenovaný paradox, *Ritzov paradox*, ktorý vychádza z klasickej mechaniky. Uvažujme situáciu podľa obr. B–5, kde vidíme Slnko S a okolo neho obiehajúcu Zem rýchlosťou v po kružnicovej trajektórii s polomerom R . Pozorovateľ O, ktorý je v rovine trajektórie Zeme, pozoruje Zem z veľkej vzdialenosti $d \gg R$. Pozorovateľ je v pokoji v inerciálnej vzťažnej sústave Slnka. Dve krajné polohy Zeme A a B vidí pod uhlom α .



Obr. B–5

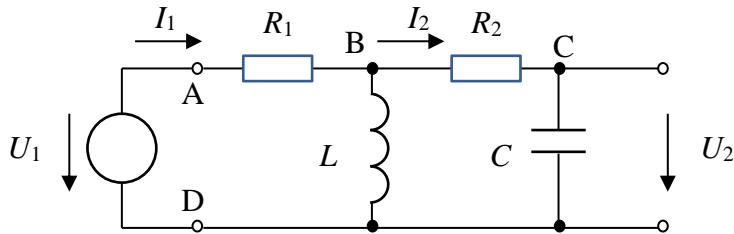
Predpokladajte, že rýchlosť c šírenia svetla sa sčíta s rýchlosťou zdroja, ktorým je Zem.

- Odvoďte vzťah pre orbitálnu rýchlosť v Zeme a určte jej hodnotu.
- Určte vzdialenosť d , pri ktorej by svetlo vyžiarené Zemou v polohe A a v polohe B dorazilo k pozorovateľovi súčasne. Čo by v takom prípade pozorovateľ videl?
- Uveďte, ako sú definované jednotky dĺžky 1 ly (Light Year – svetelný rok), 1 AU (Astronomical Unit – astronomická jednotka) a 1 pc (parsec) a vyjadrite vzdialenosť d v jednotkách ly, AU a pc. Vyhládajte hviezdu, ktorá sa približne v takejto vzdialenosti nachádza.
- Akú rozlišovaciu schopnosť $\Delta\varphi$ by musel mať teleskop pozorovateľa, aby mohol obidve polohy Zeme vzájomne rozlíšiť. Mohol by Ritzov paradox pozorovať mimozemšťan, ak by mal k dispozícii teleskop s rozlišovacou schopnosťou Hubblovho vesmírneho teleskopu, ktorá je $\Delta\varphi_H = 0,05''$ (uhlovej sekundy)?
- Uveďte, od čoho závisí rozlišovacia schopnosť teleskopu, a hodnotu $\Delta\varphi_H$ overte výpočtom.

Hodnoty veličín potrebné pre výpočet vyhládajte v tabuľkách alebo na internete.

6. Elektrický filter

Na obr. B-6 je schéma elektrického obvodu s rezistormi R_1 , R_2 , induktorom L a kapacitorom C , ktorý predstavuje elektrický filter. K vstupným svorkám filtra je pripojený zdroj striedavého napätia s efektívnou hodnotou U_1 napätia a premenlivou frekvenciou f .



Obr. B-6

Filter pozostáva z dvoch deličov napätia R_1 , L a R_2 , C . Charakteristické frekvencie f_1 , f_2 deličov sú definované vzťahmi $\omega_1 = 2\pi f_1 = R_1/L$ a $\omega_2 = 2\pi f_2 = 1/(R_2 C)$.

a) Odvodte vzťahy pre napät'ový prenos $A_U = U_2/U_1$ filtra a pre prúdy I_1 , I_2 a činný výkon P zdroja ako funkcie veličín f , R_1 , R_2 , f_1 , f_2 .

U_1 , U_2 , I_1 , I_2 sú efektívne hodnoty jednotlivých veličín.

b) Určte rezonančnú frekvenciu f_r filtra, pre ktorú je rozdiel fáz vstupného napätia U_1 a vstupného prúdu I_1 nulový.

U_1 a I_1 sú fázory príslušných veličín.

c) Zostrojte grafy veličín A_U , I_1 , I_2 a P ako funkcie frekvencie f zdroja v rozsahu $0 \div 20$ kHz. Z grafu určte maximálnu hodnotu $A_{U \max}$ napät'ového prenosu a tomu zodpovedajúcu frekvenciu f_A a minimálnu hodnotu P_{\min} výkonu zdroja a tomu zodpovedajúcu frekvenciu f_P .

Úlohu riešte všeobecne a časti b) a c) pre hodnoty $U_1 = 10$ V, $R_1 = 9,0$ k Ω , $R_2 = 1,0$ k Ω , $f_1 = 10$ kHz, $f_2 = 30$ kHz.

Pri riešení úlohy použite symbolickú metódu komplexných čísiel.

Experimentálna úloha

Galvanické vytváranie tenkej vodivej vrstvy

Vysokofrekvenčný prúd nie je rozložený v priereze vodiča rovnomerne, ale sústreďuje sa najmä pri povrchu vodiča. Tento jav sa nazýva *skin efekt*. Efektívna hrúbka povrchovej vrstvy, tzv. *efektívna hĺbka vniknutia*, ktorá je pre prenos prúdu charakteristická, je vyjadrená vzťahom

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}}, \quad (1)$$

ω je uhlová frekvencia prúdu, μ permeabilita vodiča, γ konduktivita vodiča.

Pre dosiahnutie čo najlepšej vodivosti sa používajú drahé kovy, ako sú striebro a zlato. Vzhľadom na skin efekt stačí naniesť na lacný podklad, napr. železný, tenkú vrstvu drahého kovu. Jednou z metód vytvárania takých vrstiev je elektrolytické pokovovanie.

1. úloha – určenie potrebnej hrúbky vrstvy

S použitím vzťahu (1) určte efektívnu hĺbku δ vniknutia pre meď a frekvenciu prúdu $f = 100$ MHz.

2. úloha – analýza procesu pokovania

Úlohou je pomedziť povrch železného valčeka. Vhodný je stavebný kliniec (7×200 mm² – 7 mm priemer a 200 mm dĺžka), ktorý možno kúpiť v železiarstve. Zmerajte presne rozmery valčeka a určte obsah S pokovovanej plochy (1 cm nechajte pre uchytenie do držiaka). Určte elektrický náboj Q potrebný na vylúčenie vrstvy medi s hrúbkou rovnou trojnásobku efektívnej hĺbky δ určenej v prvej úlohe.

3. úloha – pokovovanie klinca

Na pokovovanie pripravte normálny roztok modrej skalice (CuSO₄) – 1 mol CuSO₄ na liter roztoku. Roztok umiestnite do sklenenej kadičky. Na vnútornej ploche kadičky vytvorte pomocou hliníkovej fólie (alobalu) elektródu. Druhú elektródu – kliniec, umiestnite do osi kadičky a upevnite v laboratórnom držiaku. Pred upevnením do držiaka kliniec odvážte na presných analytických váhach. K elektródam pripojte elektrický zdroj konštantného napätia cez sériovo zapojený reostat a ampérmeter. Rozhodnite, ktorý pól zdroja musí byť pripojený ku klinču. Pre pokovovanú plochu S určte prúd I , aby bola prúdová hustota na povrchu klinca $i = 5$ A·dm⁻². Z hodnoty náboja Q a prúdu I určte čas t pokovania. Zapnite zdroj, reostatom nastavte prúd I a zapnite stopky. Kontrolujte konštantnú hodnotu prúdu.

Po skončení pokovania kliniec opatrne vyberte a osušte prúdom vzduchu (povrch neotierajte, aby sa nezotrela vrstva medi). Pokovaný kliniec odvážte a z prírastku hmotnosti vypočítajte hrúbku d vytvorenej vrstvy. Túto hodnotu porovnajte s požadovanou hodnotou 3δ .