58. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2016/2017

Kategória D – domáce kolo
Text úloh

Odporúčame preštudovať si podobné úlohy v publikácii
Čáp I., Konrád Ľ.: Fyzika v zaujímavých riešených úlohách

1. *Predchádzanie vozidiel*

Uvažujme príklady stretania troch vozidiel A, B, C na priamej vodorovnej ceste. Vozidlo A s dĺžkou $d_A = 4{,}5$ m sa pohybovalo rovnomerným pohybom rýchlosťou $v_1 = 90$ km/h a priblížilo sa k pomalšiemu vozidlu B s dĺžkou $d_B = 4{,}0$ m, ktoré sa pohybovalo tiež rovnomerným pohybom rýchlosťou $v_2 = 80$ km/h. Keď bola vzdialenosť $d_1 = 20$ m predného okraja vozidla A od zadného okraja vozidla B, začalo vozidlo A predchádzať vozidlo B napriek tomu, že vo vzdialenosti $L_1 = 1\,000$ m (vzájomná vzdialenosť predných okrajov vozidiel A a C) prichádzalo v protismere vozidlo C so stálou rýchlosťou $v_3 = 90$ km/h. Predbiehanie sa považuje za ešte bezpečné, keď po zaradení vozidla A pred vozidlo B je vzdialenosť jeho zadného okraja od predného okraja vozidla B $d_2 = 15$ m a jeho predného okraja od čela protiidúceho vozidla $d_3 = 50$ m.

a) Stihne za daných okolností vozidlo A bezpečne predbehnúť vozidlo B? Nakreslite obrázok a znázornite v ňom polohy vozidiel na začiatku a na konci predbiehania.

Vodič vozidla A zle odhadol vzdialenosť protiidúceho vozidla, ktorá bola v skutočnosti $L_2 = 700$ m. Keď bolo vozidlo A predným okrajom na úrovni predného okraja vozidla B, začal sa vodič vozidla A obávať, že dôjde ku kolízii s protiidúcim vozidlom C.

b) Začal brzdiť so zrýchlením $a_1 = 4{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Stihol sa zaradiť tesne za vozidlo B?

c) Využil silu motora a začal zrýchľovať so zrýchlením $a_2 = 1{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Stihol sa bezpečne zaradiť pred vozidlo B v tomto prípade? Akú maximálnu rýchlosť v_m vozidlo behom predbiehania dosiahlo?

Všetky rýchlosti a zrýchlenie sú dané vzhľadom na vzťažnú sústavu cesty.

2. *Pokusy s mincami*

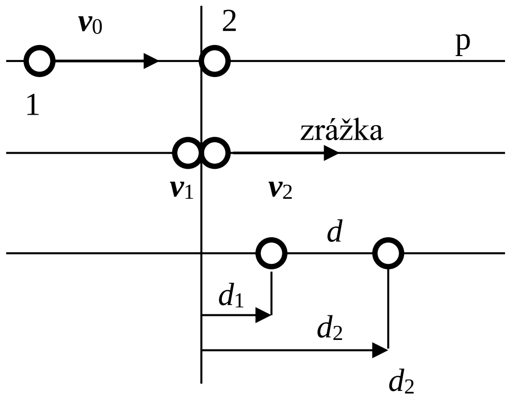
Zrážky telies sa často predvádzajú pomocou mincí na stole. K dispozícii máme sadu euromincí s hmotnosťami:

2 € (8,50 g); 1 € (7,50 g); 50 c (7,80 g); 20 c (5,74 g); 10 c (4,10 g); 5 c (3,92 g);
2 c (3,06 g); 1 c (2,30 g).

Na stole s hladkým povrchom realizujeme stredovú zrážku mincí, obr. D–1.

Prvú mincu s hmotnosťou m_1 uvedieme impulzom do pohybu smerom k druhej minci s hmotnosťou m_2, pričom vektorová priamka p jej rýchlosti prechádza stredom druhej mince. V okamihu tesne pred nárazom mala prvá minca rýchlosť $\boldsymbol{v}_0$. Po zrážke prejdú mince pozdĺž priamky p dráhy d_1 a d_2.

Predpokladajte, že zrážka je dokonale pružná a faktor trenia medzi mincami a stolom je f.



Obr. D–1

a) Uveďte základné fyzikálne zákony, ktoré použijete pre riešenie zrážky. Odvoďte vzťahy pre rýchlosti $\boldsymbol{v}_1$ a $\boldsymbol{v}_2$ mincí tesne po zrážke.

b) Odvoďte vzťahy pre časový interval Δt medzi zastaveniami prvej a druhej mince a vzdialenosť d medzi miestami zastavenia mincí.

c) Určte hodnoty v_1, v_2, Δt a d pre rôzne dvojice mincí (najmenej po jednej kombinácii $m_1 < m_2$, $m_1 = m_2$, $m_1 > m_2$) a $v_0 = 50\ \text{cm·s}^{-1}$, $f = 0{,}040$ a $g = 9{,}8\ \text{m·s}^{-2}$.

d) Zostrojte graf vzdialenosti d ako funkcie pomeru hmotností $x = m_1/m_2$. S použitím grafu určte maximálnu a minimálnu hodnotu d a zodpovedajúce hodnoty x.

e) Určte pomer hmotností m_1/m_2, pre ktorý je $\Delta t = 0$ (mince zastanú súčasne). Aké sú v tomto prípade hodnoty v_1, v_2 a d. Je možné tento pomer realizovať pomocou euromincí?

Predpokladajte, že priemery mincí sú podstatne menšie ako dráhy d_1 a d_2 a vzdialenosť d, a preto pri určovaní vzájomnej vzdialenosti mincí ich rozmery neuvažujte.

Pozn.: Vyskúšajte si uvedený experiment.

3. *Letecká pomoc*

Ďaleko na mori zostala stáť loď s poruchou. Záchranné lietadlo bolo vyslané k lodi, aby posádke lode zhodilo kontajner s pomôckami na opravu motora. Lietadlo kontajner zavesený na jeho spodnej časti uvoľnilo počas rovnomerného vodorovného letu.

Posádka lode spozorovala padajúci kontajner diaľkomerom v priamej vzdialenosti l a pod uhlom φ vzhľadom na vodorovnú hladinu. Od okamihu spozorovania kontajneru do jeho dopadu tesne pri lodi uplynul čas t_0.

a) Nakreslite náčrtok znázorňujúci lietadlo, loď a padajúci kontajner.

b) Napíšte vzťahy, ktoré opisujú pohyb kontajnera vo vzťažnej sústave spojenej so stojacou loďou.

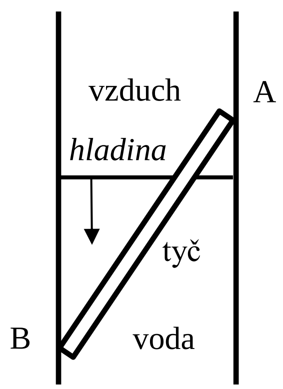
c) Určte rýchlosť v_1 lietadla a výšku h_1 jeho letu.

d) Určte rýchlosť v_0 kontajneru v okamihu dopadu na hladinu mora.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: l = 500 m, φ = 40°, t_0 = 6,8 s, g = 9,8 m·s^{-2}.
Odpor vzduchu na letiaci kontajner neuvažujte.

4. *Drevená tyč v rúre*

Po povodni zostala v zvislej odpadovej rúre s vnútorným polomerom R voda a do potrubia sa dostala homogénna drevená tyč s dĺžkou L. Tyč vo vode zaujala šikmú polohu, v ktorej sa konce tyče opierali o rúru, obr. D– 2. Voda pomaly rovnomerne odtekala z potrubia a tak hladina vody v potrubí klesala. S poklesom hladiny klesala rovnomerne aj tyč.



Obr. D–2

a) Nakreslite obrázok tyče v rúre a vyznačte v ňom sily, ktoré pôsobia na tyč. Jednotlivé sily stručne definujte.

b) Napíšte rovnice, ktoré opisujú rovnováhu tyče počas jej rovnomerného poklesu.

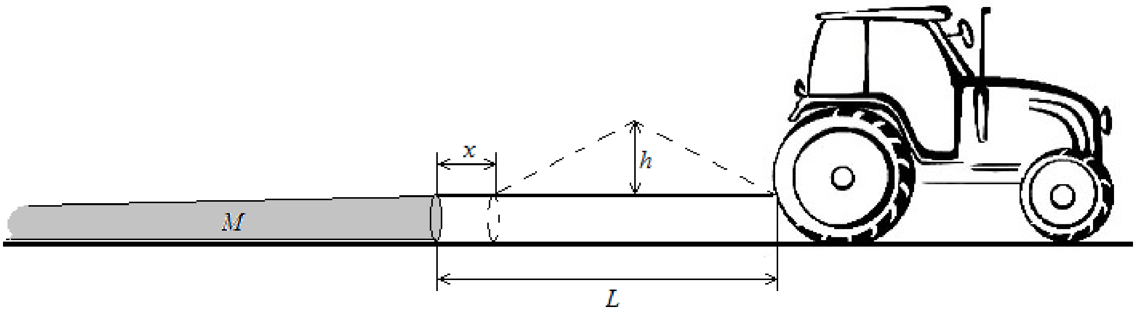
c) Určte pomer x/L dĺžky x ponorenej časti tyče a dĺžky L tyče počas jej klesania v rúre.

d) Aký by bol pomer x/L, keby bola rúra tak tenká, že by v nej mala tyč približne zvislý smer? Vysvetlite príčinu rozdielu výsledkov v častiach c) a d).

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: faktor trenia medzi tyčou a rúrou f = 0,35; R = 30 cm, L = 90 cm, pomer hustoty dreva a vody ρ/ρ_V = 0,47.

5. *Ťahanie dreva*

Lesní robotníci ťahali z lesa pomocou traktora kmeň stromu s hmotnosťou M pripnutý na reťazi s dĺžkou L. Na vodorovnej plošine, kde sa zhromažďovalo vyťažené drevo, traktorista zastavil traktor a zabrzdil ho a vypol motor. Reťaz zostala napnutá a nebolo možné ju uvoľniť z háku na traktore, a preto jeden lesný robotník uchopil reťaz v jej strede a začal ju dvíhať zvislo nahor (obr. D–3). Takto sa mu podarilo pritiahnuť kmeň stromu bližšie k traktoru, uvoľniť tak napätie v reťazi a reťaz odopnúť. Robotník je schopný zodvihnúť bremeno s maximálnou hmotnosťou m.



Obr. D–3

a) Nakreslite obrázok znázorňujúci opísanú situáciu a zakreslite v ňom sily pôsobiace na reťaz a na kmeň. Jednotlivé sily opíšte.

b) Vyjadrite veľkosť vodorovnej zložky F_T sily $\boldsymbol{F}$, ktorou pôsobí reťaz na kmeň počas dvíhania, a veľkosť F_R sily robotníka ako funkcie výšky h zodvihnutia stredu reťaze. Zostrojte grafy síl F_T a F_R ako funkcie výšky h.

c) Určte maximálnu výšku h_m a maximálne posunutie x_m kmeňa, ktoré je robotník schopný dosiahnuť pomocou pomalého dvíhania stredu reťaze. Zistite, či je možné uvoľniť, ak je na to potrebné posunutie kmeňa o x_{min} = 4,5 cm.

d) Určte mechanickú prácu W, ktorú robotník vykonal pri posunutí kmeňa o x_m.

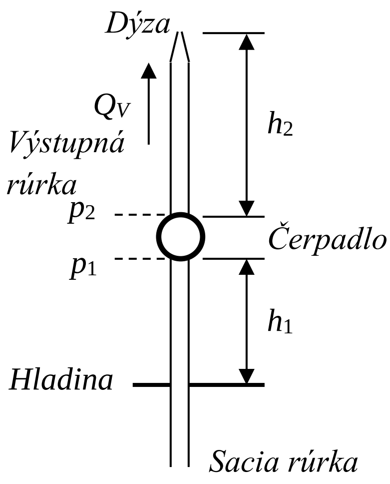
Úlohu riešte všeobecne a pre hodnoty: L = 3,0 m, m = 70 kg, M = 500 kg, faktor trenia medzi kmeňom a zemou f = 0,40; tiažové zrýchlenie je g = 9,8 m·s^{-2}.

Predĺženie reťaze vplyvom napätia a hmotnosť reťaze neuvažujte.

6. *Sacie čerpadlo*

Čerpadlá sú mechanické stroje, ktoré účelne transportujú (premiestňujú) kvapaliny z jedného miesta na iné. Obvykle na ich pohon sa používajú elektrické alebo výbušné motory, niekedy aj fyzická sila ľudí alebo zvierat. Čerpadlá majú rozličné technické vyhotovenie i špeciálne jednoúčelové určenie, napr. na čerpanie vody, kalov, nafty. Ponorné čerpadlá sú celé alebo sacou časťou ponorené do kvapaliny, ktorú vytláčajú potrubím (kovové rúrky alebo gumové hadice) na určené miesto. Nasávacie čerpadlo sa umiestňuje nad povrch čerpanej kvapaliny, napr. na povrch studne alebo iné na to určené miesto, a majú sací – vstupný otvor a výstupný (výtlačný). Sacie i výtlačné rúrky sú opatrené ventilmi (klapkami), ktoré zabraňujú spätnému pohybu čerpanej kvapaliny. Základné parametre nasávacieho čerpadla sú maximálna sacia hĺbka, maximálny výtlak (v jednotkách dĺžky), maximálny prietok (v jednotkách m^3/s), vnútorný priemer sacej rúrky, vnútorný priemer výtlačnej rúrky a iné.

Budeme riešiť čerpanie vody pomocou nasávacieho čerpadla, obr. D–4. Konštrukcia čerpadla umožňuje pri jeho činnosti na vstupe v prečerpávanej vode udržiavať tlak $p_1 < p_a$, kde $p_a \approx 101$ kPa je vonkajší atmosférický tlak.



Obr. D–4

a) Aká je teoreticky najväčšia hodnota h_t sacej výšky h_1 v pozemských podmienkach, ktorú nie je možné nasávacím čerpadlom prekročiť? Vysvetlite.

b) Nasávacie čerpadlo je schopné na vstupe vytvoriť minimálny prevádzkový tlak vody $p_1 = 30$ kPa. Určte najväčšiu hĺbku h_{1max}, z ktorej za uvedených podmienok čerpadlo nasaje vodu na úroveň jeho vstupu. Vysvetlite a opíšte činnosť čerpadla v prípadoch

   b1) $h_1 > h_{1max}$,

   b2) $h_1 < h_{1max}$,

   kde h_1 je výška vstupného otvoru čerpadla nad hladinou vody v studni.

c) Ktorý z prípadov b1) a b2) vo funkcii čerpadla nastane, ak $p_1 = 30$ kPa a $p_a = 101$ kPa, $h_1 = 6{,}0$ m. Opíšte činnosť čerpadla v tomto prípade. Určte rýchlosť v_1 prúdenia vody v sacej rúrke s vnútorným priemerom $d_1 = 25$ mm a prietok Q_1 vody čerpadlom.

d) Výstupná rúrka s vnútorným priemerom $d_2 = 25$ mm je zakončená dýzou s priemerom výstupného otvoru $d_3 = 15$ mm. Určte tlak p_2 vody na výstupe čerpadla, ak je prietok vody Q_1 určený v časti c) a výška ústia dýzy nad úrovňou výstupu čerpadla $h_2 = 1{,}5$ m.

e) Určte výkon P čerpadla.

Trenie vody v rúrkach a čerpadle neuvažujte, $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$.

Pozn.: *princíp rotačného čerpadla v dynamickej projekcii si môžete prezrieť na stránke Internetu* https://cs.wikipedia.org/wiki/%C4%8Cerpadlo.

7. Guľôčka na naklonenej rovine – *experimentálna úloha*

Na skúmanie rovnomerne zrýchleného pohybu použite hladkú dosku s dĺžkou približne 1 m a guľôčku s priemerom 1 ÷ 2 cm (oceľovú, sklenenú, plastovú – dôležité je, aby mala guľový tvar). Guľôčku necháte kotúľať dole po doske a meriate uhol sklonu α dosky, dráhu s a čas t pohybu.

Z teoretickej analýzy pohybu vyplýva vzťah pre zrýchlenie postupného pohybu homogénnej guľôčky na doske s uhlom sklonu α

$$a = \frac{5}{7} g \sin\alpha . \qquad (1)$$

1. úloha – pohyb guľôčky po celej dĺžke dosky

Nastavte uhol sklonu dosky približne 10°. Odmerajte dĺžku dosky L a výšku horného konca a z týchto hodnôt určte presnú hodnotu uhlu sklonu α. Guľôčku položte na horný koniec dosky a nechajte ju kotúľať k dolnému koncu. Odmerajte čas pohybu t guľôčky po dráhe L. Meranie opakujte 10krát. Výsledky merania zapíšte do tabuľky, pre každé meranie určte veľkosť a zrýchlenia guľôčky a zapíšte ich do tabuľky. Z vypočítaných hodnôt určte strednú hodnotu a priemernú odchýlku zrýchlenia. Výsledok porovnajte s teoretickou hodnotou podľa vzťahu (1).

Meranie opakujte pre väčší uhol sklonu α (približne 20°)

2. úloha – vzťahy kinematických veličín

Nastavte uhol sklonu približne 5° a jeho hodnotu presne zmerajte. Guľôčku postupne klaďte nižšie na doske a tak zmenšujte jej dráhu s k dolnému koncu. Pre každú dráhu s odmerajte čas t pohybu 5krát. Hodnoty času zapíšte do tabuľky. Určte strednú hodnotu času a zrýchlenie a. Meranie opakujte pre 10 rôznych hodnôt dráhy. Do tabuľky zapíšte dráhy s, stredný čas t pohybu a vypočítané zrýchlenie a. Prečo zo získaných hodnôt nepočítame strednú hodnotu? (Určte presnosť získaných hodnôt zrýchlenia pre jednotlivé dráhy a posúďte, ktoré hodnoty sú presnejšie a ktoré menej presné).

Do tabuľky doplňte vypočítanú veľkosť v rýchlosti, ktorú má guľôčka na dolnom konci dosky pre jednotlivé dráhy s.

Zo získaných hodnôt zostrojte graf rýchlosti v ako funkcie času t. Zostrojte najpravdepodobnejšiu (trendovú) priamku, ktorá zodpovedá bodom grafu a určte jej smernicu, ktorá zodpovedá zrýchleniu pohybu. Hodnotu zrýchlenia a získanú z grafu porovnajte s hodnotou podľa vzťahu (1).

Zostrojte graf dráhy s ako funkcie času t a ukážte, že ide o graf kvadratickej funkcie $s = (1/2)\, a\, t^2$.

Zostrojte graf rýchlosti v ako funkcie dráhy s a ukážte, že ide o graf funkcie $v = \sqrt{2as}$.

Pozn.: Uvažujte g = 9,8 m·s^{-2}, na meranie dĺžok použite vysúvací meter a na meranie času stopky (napr. stopky v mobile). Sklon dosky voľte malý, aby boli časy dostatočne dlhé pre presné meranie a aby sa guľôčka na doske neprešmykovala.