

**58. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2016/17**

Kategória B – krajské kolo

Text úloh

1. Odraz lopty od stropu

V telocvični s vodorovným stropom vo výške h nad podlahou vykopne žiak malú loptičku s hmotnosťou m ležiacu na podlahe rýchlosťou v_0 pod uhlom α vzhľadom na vodorovnú rovinu podlahy. Ak loptička vyletí až k stropu, dokonale pružne sa od nej odrazí (uhol odrazu je rovný uhlu dopadu na strop). Telocvična je veľká a pohyb loptičky neobmedzuje žiadna prekážka okrem podlahy a stropu.

- a) Nakreslite obrázky, znázorňujúce situácie, ktoré môžu nastať po vykopnutí loptičky.
- b) Určte v akej vodorovnej vzdialenosti d od miesta výkopu a za aký čas t_D dopadne loptička na podlahu prvýkrát v jednotlivých prípadoch.

Úlohu riešte všeobecne a pre hodnoty $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $h = 4,5 \text{ m}$, $v_0 = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a dva rôzne uhly $\alpha_1 = 30^\circ$ a $\alpha_2 = 60^\circ$.

2. Kmity ohnutej tyče

Teleso tvaru prevráteného „V“ je zhotovené z homogénnej tenkej tyče s dĺžkou l a hmotnosťou m ohnutej v jej strede tak, že ramená navzájom zvierajú uhol α . Na ramenách telesa sú umiestnené rovnaké závažia s hmotnosťou M , pričom vzdialenosti a ich ťažísk od vrcholu V telesa sú rovnaké. Teleso je podopreté vo vrchole tenkou vodorovnou oskou O. Po malom vychýlení o uhol φ z rovnovážnej polohy v rovine kolmej na osku a následnom uvoľnení teleso kmitá.

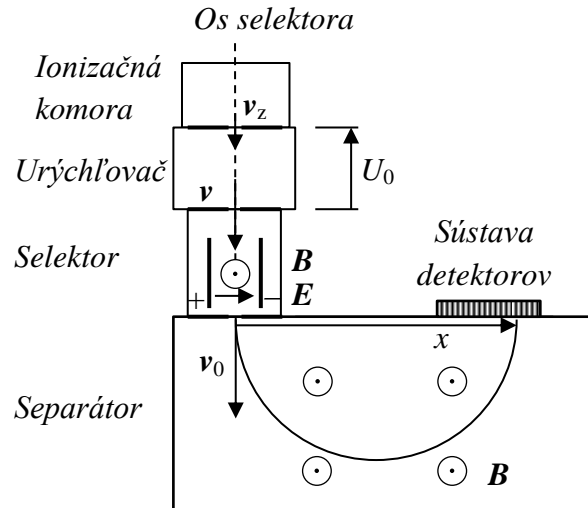
- a) Určte vzdialenosť r_T ťažiska sústavy od osky O. Nakreslite obrázok sústavy uloženej na oske v rovnovážnej polohe a vyznačte v ňom polohu ťažiska T_1 pre $m \ll M$ a T_2 pre $m \gg M$.
- b) Určte periódu T kmitov sústavy ako funkciu pomeru $x = a/l$. Nakreslite približný tvar grafu funkcie $T = f(x)$.
- c) Určte kinetickú energiu E_k telesa v okamihu jeho prechodu rovnovážnou polohou po začiatočnom vychýlení o uhol φ a uvoľnení.

Priečne rozmery tyče, priemer osky a rozmery závaží sú veľmi malé v porovnaní s dĺžkami l a a . Moment zotrvačnosti homogénnej tenkej tyče s hmotnosťou m a dĺžkou l vzhľadom na os kolmú na tyč a prechádzajúcu jej hmotným stredom $I = (1/12) m l^2$.

3. Bainbridgeov hmotnostný spektrometer

Úlohou je určiť v prírodnom kyslíku obsah izotopov kyslíka ^{16}O , ^{17}O a ^{18}O , ktoré sa líšia počtom neutrónov v jadre. Hmotnosť iónu je s dostatočnou presnosťou daná súčinom $m_A = A u$ nukleónového čísla iónu A (16, 17, 18) a atómovej hmotnostnej jednotky $u \approx 1,66 \times 10^{-27}$ kg.

Na rozlíšenie iónov jednotlivých izotopov možno použiť Bainbridgeov hmotnostný separátor, ktorý je znázornený na obr. B-1. V ionizačnej komore sa neutrálne molekuly O_2 rozdelia na jednotlivé atómy a tie sa zväzkom elektrónov ionizujú, takže vznikajú záporné jednomocné ióny O^- . Tie sa v urýchľovači s napätím U_0 urýchľujú, takže získajú v ňom v smere elektrickej sily rýchlosť $v = v_0 \pm \Delta v$. Elektrické pole je rovnobežné s osou selektora. Zrýchlené ióny vstupujú otvorom na tejto osi do selektora, v ktorom je homogénne magnetické pole s indukciou \mathbf{B} kolmé na smer osi selektora a elektrické pole s intenzitou \mathbf{E} kolmé na smer osi selektora a na smer magnetickej indukcie \mathbf{B} . Výstupným otvorom vystupujú ióny pozdĺž osi selektora do separátora iónov, v ktorom je homogénne magnetické pole rovnaké ako v selektore, ale nie elektrické pole. Po prekonaní zakrivenej trajektórie ióny dopadajú na sústavu detektorov, ktorá umožňuje určiť súradnicu x miesta dopadu iónov meranú od vstupného otvoru separátora. Sústava detektorov a vstupný otvor separátora ležia v rovine kolmej na os selektora.



Obr. B-1

- Začiatková rýchlosť v_z iónov vystupujúcich z ionizátora do urýchľovača je z intervalu $(0, v_m)$. Určte napätie U_0 , pri ktorom ióny $^{16}\text{O}^-$ so začiatkovou rýchlosťou v_m získajú v urýchľovači rýchlosť v_0 .
- Vysvetlite stručne princíp funkcie selektora. Určte intenzitu E elektrického poľa v selektore, tak aby do separátora vstúpili iba ióny s rýchlosťou v_0 .
- Vysvetlite stručne princíp funkcie separátora. Určte vzdialenosti x_i od vstupného otvoru separátora, v ktorej jednotlivé ióny izotopov kyslíka dopadnú na detektory.
- Určte vzájomnú vzdialenosť Δx susedných bodov dopadu iónov jednotlivých izotopov. Určte povolenú neurčitosť Δv_0 vstupnej rýchlosti v_0 separátora, aby bolo možné rozlíšiť ióny jednotlivých izotopov kyslíka.

Úlohu riešte všeobecne a pre hodnoty: elementárny náboj $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, $B = 1,5$ T, $v_m = 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_0 = 1,0 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

4. Indukčná cievka

Indukčná cievka s železným jadrom má indukčnosť $L = 50 \text{ H}$. Obsahuje $N = 3\,000$ závitov medeného drôtu s priemerom $d = 0,50 \text{ mm}$, pričom priemerná dĺžka jedného závitú $l_1 = 28 \text{ cm}$. Obsah prierezu jadra $S_j = 6,0 \text{ cm}^2$.

- Určte odpor R vinutia cievky.
- Určte maximálnu hodnotu amplitúdy I_m prúdu cievky, aby maximálna hodnota magnetickej indukcie v jadre neprekročila hodnotu $B_m = 1,0 \text{ T}$.

Cievku pripojíme k zdroju striedavého napätia s frekvenciou $f = 50 \text{ Hz}$ a efektívnou hodnotou $U = 230 \text{ V}$.

- Určte efektívnu hodnotu I prúdu prechádzajúceho cievkou.
- Po pripojení na zdroj sa začne cievka zahrievať teplom uvoľneným pri prechode prúdu. Určte zmenu teploty ΔT medeného vinutia cievky za prvých 10 minút po pripojení ku zdroju.

Konduktivita medi (merná elektrická vodivosť) $\gamma = 5,96 \times 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$, hmotnostná tepelná kapacita medi $c = 385 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, hustota medi $\rho = 8,96 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Predpokladajte, že vinutie cievky sa zahrieva rovnomerne a teplo odvedené z cievky za prvých 10 minút je zanedbateľne malé.