

59. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2017/2018
Kategória E – krajské kolo
Texty úloh

1. Premiestnenie polystyrénovej kocky

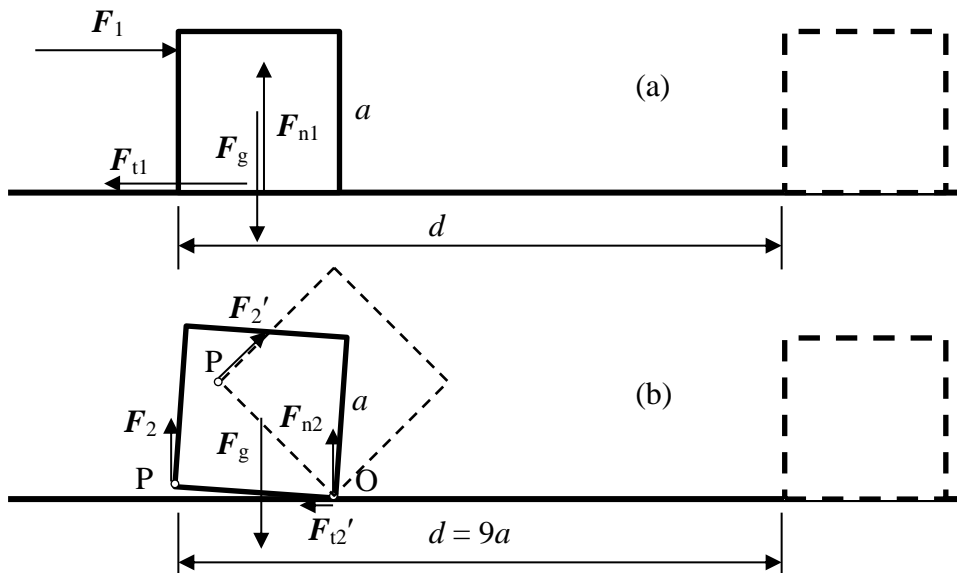
Riešenie:

a) Hmotnosť kocky $m = a^3 \rho$.

Pre $\rho = 40,0 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^3} = 40,0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ máme $m \approx 40 \text{ kg}$.

1 b

b) Oba spôsoby premiestňovania sú znázornené na obr. RE-1a, RE-1b



Obr. RE-1

1b + 1b

Označenie síl v obr. RE-1 (a): Na kocku pôsobí gravitačná sila F_g s veľkosťou $F_g = mg$. Smerom nahor pôsobí rovnako veľká tlaková sila podložky F_{n1} s veľkosťou $F_{n1} = F_g$. Ak sa kocka šmýka, pôsobí proti smeru pohybu sila šmykového trenia F_{t1} s veľkosťou $F_{t1} = f F_{n1}$. Táto sila je v rovnováhe so silou F_1 , ktorou pôsobí žiak vo vodorovnom smere na kocku. Sila F_1 má veľkosť $F_1 = F_{t1}$.

Veľkosti síl pre dané hodnoty: $F_g = F_{n1} \approx 392 \text{ N}$, $F_1 = F_{t1} \approx 122 \text{ N}$.

1 b

Ak sa má kocka preklápať okolo hrany O, obr. RE-1 (b), je potrebné na začiatku prekonať moment gravitačnej sily vzhľadom na os O $M_g = F_g \frac{a}{2}$. Najjednoduchšie je uchopiť kocku za hranu P a dvíhať ju silou F_2 nahor s momentom sily $M_2 = F_2 a$ vzhľadom na os O. Z rovnosti momentov $M_2 = M_g$ dostávame pre veľkosť sily

$F_2 = \frac{1}{2} F_g$. V osi otáčania O pôsobí na začiatku v smere nahor tlaková sila F_{n2} s veľkosťou $F_{n2} = F_g - F_2 = \frac{1}{2} F_g$ a sila trenia F_{t2} má nulovú veľkosť. Ak sa kocka nakláňa a s ňou sa mení aj smer sily F_2' , menia sa aj veľkosti síl F_{n2}' a F_{t2}' tak, aby boli vodorovné zložky síl v rovnováhe a taktiež zvislé zložky síl v rovnováhe.

Na začiatku dvíhania máme pre dané hodnoty: $F_2 \approx 196 \text{ N}$, $F_g \approx 392 \text{ N}$, $F_{n2} \approx 196 \text{ N}$, $F_{t2} = 0 \text{ N}$. 1 b

- c) Pohodlnejšie je kocku tlačiť ako ťahať. Tlakovou silou F_1 žiak pôsobí na zadnú stenu kocky vo vodorovnom smere. Pôsobisko sily F_1 musí byť v takej výške, aby sa kocka neprevrátila. Pri potrebnej hodnote sily $F_1 = F_t = f m g$, kde $f < 0,5$ (podľa zadania) je najväčšia hodnota momentu $M_1 = F_1 a$ pri pôsobení na hornú podstavu kocky menšia ako moment gravitačnej sily $M_g = 0,5 m g a$. Preto môže byť pôsobisko sily F_1 v ľubovoľnej výške steny kocky. 1 b

Pri posúvaní kocky sa vykoná práca

$A_1 = F_1 d = f m g d$. Pre dané hodnoty $A_1 \approx 1\,095 \text{ J}$. 1 b

- d) Ako vidno z predchádzajúceho vysvetlenia, pôsobením vodorovnej sily F_2 kocku neprevrátíme, lebo sa začne šmýkať. Najjednoduchší spôsob preklápania kocky je uchopením za hranu P a dvíhať ju až do krajnej polohy (v obrázku čiarkovane), kedy sa sama preklopí. 1 b

Práca potrebná na jedno preklopenie je rovná zmene potenciálnej energie kocky pri jej dvíhaní $\Delta E_p = m g h$, kde h je rozdiel výšky ťažiska v krajnej a začiatkovej polohe. Na začiatku je výška ťažiska $h_1 = \frac{a}{2}$. V hornej krajnej polohe je výška rovná polovine dĺžky uhlopriečky štvorca $h_2 = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Odtiaľ $\Delta E_p = m g \frac{a}{2} (\sqrt{2} - 1)$. Na prekonanie vzdialenosti d je potrebných $n = \frac{d}{a}$ preklopení. Pre dané hodnoty $n = 9$.

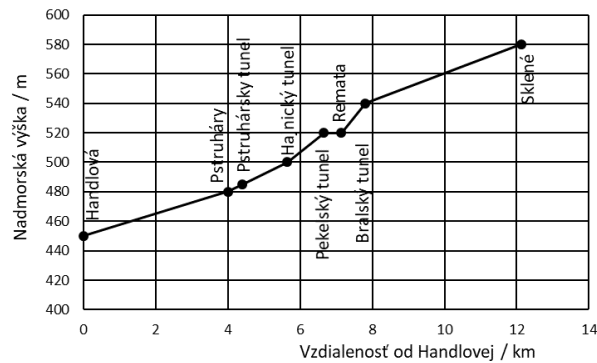
Celková práca $A_2 = n m g \frac{a}{2} (\sqrt{2} - 1)$. Pre dané hodnoty $A_2 \approx 731 \text{ J}$. 1 b

- e) Na preklápanie musí žiak vynaložiť síce väčšiu silu ako pri šmýkaní $F_2 > F_1$, ale celková práca potrebná na premiestnenie kocky je menšia pri preklápaní $A_2 < A_1$. Z tohto dôvodu sa javí ako výhodnejšie premiestnenie pomocou preklápania. 1 b

2. Vyhlídková jazda „motoráčikom“ po trati Handlová – Sklené

Riešenie:

a) Nákres profilu trate:



Obr. RE-2

2 b

b) Dĺžka tunelov na trati H-S $d_t \approx 3,80$ km.

Mimo tunelov je dĺžka trate $d_0 \approx 8,34$ km.

Potom $p_1 \approx 0,313$ (31,3 %), $p_2 \approx 0,687$ (68,7 %).

1 b

c) Priemerné stúpanie železničnej trate H-S $s = \frac{130 \text{ m}}{12\,140 \text{ m}} \times 1000 \approx 10,7$ ‰.

1 b

d) Čas prechodu vozňa Bralským tunelom $t_B = \frac{d_B}{v_t} \approx 0,167$ h = 10,0 min.

Ostatná časť vyhlídkovej trasy mala dĺžku $d_{0B} \approx 9,13$ km, čas prechodu vozňa po tejto časti trate $t_0 \approx \frac{d_{0B}}{v_0} \approx 0,362$ h = 21,7 min.

2 b

e) Priemerná rýchlosť pohybu vozňa $v_p = \frac{d_c}{t_B + t_0}$. Započítava sa iba čas, kedy sa vozeň pohyboval. Pre vypočítané hodnoty $v_p \approx 22,9$ km/h.

1 b

Na prejdenie železničnej trate H-S, vrátane doby čakania, potrebuje vozeň čas

$$t_c = t_B + t_0 + \Delta t \approx 51,7 \text{ min.}$$

Cestovná rýchlosť vozňa $v_c \approx \frac{d_c}{t_c} \approx 0,235$ km/m = 14,1 km/h.

1 b

f) Trať z Handlovej ku Pstruhárskemu tunelu ($d_p = 4,39$ km) vozeň prešiel za čas $t_p = \frac{d_p}{v_0} \approx 0,174$ h = 10,45 min, a teda do tunela vošiel o 15:10 hodine.

Do stanice Remata prišiel za čas $t_R \approx 0,283$ h = 17,00 min, a teda o 15:17 hodine.

Do stanice Sklené prišiel za čas $t_S = t_c \approx 51,7$ min, a teda o 15:52 hodine.

2 b

3. Hydraulické a pneumatické zariadenia

Riešenie:

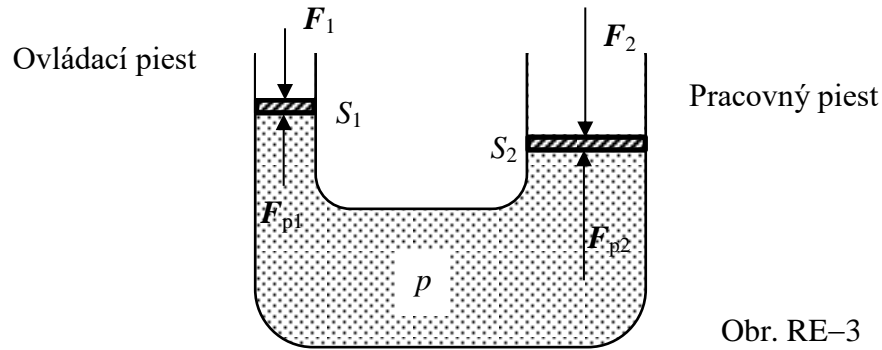
a) Pascalov zákon: Tlak v kvapaline, ktorý vznikne pôsobením vonkajšej sily na povrch kvapaliny v uzavretej nádobe, je v každom mieste kvapaliny rovnaký. 1 b

b) Schéma hydraulického lisu, obr. RE-3: vrátane opisu 2 b

P
i
e
s
t
y

s
ú

v



Obr. RE-3

rovnováhe, preto výslednice síl pôsobiacich na piesty sú nulové. Vonkajšie sily F_1 na ovládací a F_2 na pracovný piest pôsobia kolmo na povrch piestov. Kvapalina pôsobí na piesty v opačnom smere tlakovými silami s veľkosťami $F_{p1} = F_1$ a $F_{p2} = F_2$. Tlakové sily majú veľkosť $F_{p1} = p S_1$ a $F_{p2} = p S_2$, pričom tlak p je v celom objeme rovnaký, ak je rozdiel výšky piestov približne rovnaký (ak $p \ll h \rho g$, je vplyv hydrostatického tlaku zanedbateľný). Potom máme

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}, \text{ a teda } F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1 = \frac{r_2^2}{r_1^2} F_1 = F_1 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2. \quad 2 \text{ b}$$

c) Pascalov zákon platí aj pre plyny uzavreté medzi ovládacím a pracovným piestom rovnako ako pre kvapaliny. Rozdiel je v tom, že na rozdiel od plynov kvapaliny sú málo stlačiteľné. Kvapaliny aj plyny sa skladajú z voľných molekúl, ktoré sa ľahko pohybujú a prenášajú tlak spôsobený vonkajšími silami. 1 b

d) Ak sa tiaž F bremena rozloží pomocou pevnej dosky rovnomerne na pracovnú plochu S vankúša, je tlak p_b bremena na pracovnú plochu vankúša je

$$p_b = \frac{F}{S}, \text{ kde } F = m g, F \approx 400 \text{ N a } S = a b, S \approx 195 \text{ cm}^2,$$

potom tlak $p_b \approx 2,05 \text{ N/cm}^2 = 2,05 \times 10^4 \text{ N/m}^2 = 2,05 \times 10^4 \text{ Pa}$.

Na pracovnú plochu vankúša pôsobí aj vonkajší atmosférický tlak vzduchu $p_a \approx 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$. Tlak vzduchu uzavretého vo vnútri vankúša $p = p_b + p_a$,

pre dané hodnoty $p \approx 1,2 \times 10^5 \text{ Pa} = 1,2 \text{ bar}$. 1 b

Atmosférický vzduch pôsobí na pracovnú plochu vankúša tlakom $p_a \approx 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$. Ak pre tlak p_b bremena platí $p_b \gg p_a$ môžeme vo výpočte atmosférický tlak vzduchu zanedbať. V ostatných prípadoch je potrebné vo výpočte tlaku vzduchu vo vankúši brať do úvahy oba tlaky p_b i p_a . 1 b

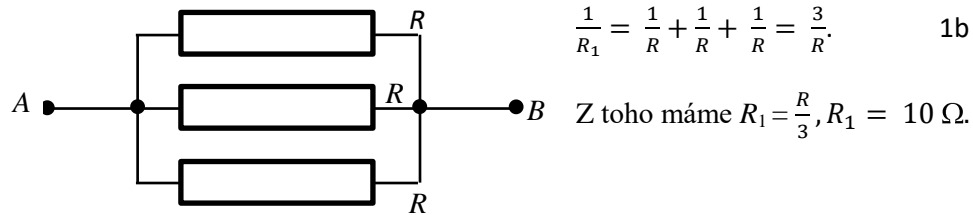
Tlak bremena sa s veľkou pravdepodobnosťou rozloží rovnomerne a na väčšiu plochu. Zabránieme tým napr. pôsobeniu veľkej sily na malej ploche pracovnej plochy vankúša, ktorá môže spôsobiť pretrhnutie jeho steny. 1 b

Výhody pneumatických zdvihákov na princípe vankúša: nepotrebujú špeciálne upravené podložie, sú šetrné k dvíhanému telesu (napr. k podvozku automobilu), sú ľahké (malá hmotnosť), jednoducho manipulovateľné, lacné. 1 b

4. Kombinácia rezistorov

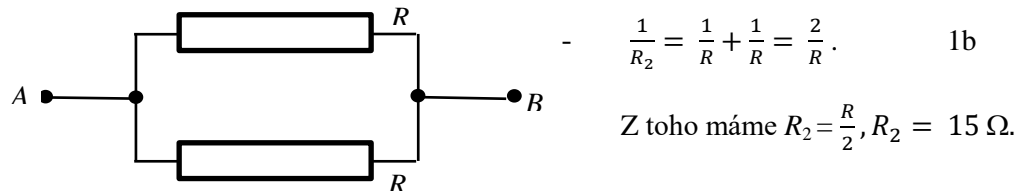
Riešenie:

- a) Tri rezistory s odporom $R = 30 \Omega$ zapojíme navzájom paralelne (vedľa seba).



Pri napätí $U_{AB} = 4,0 \text{ V}$ príkon všetkých troch rezistorov je rovnaký $P = \frac{U_{AB}^2}{R}, P \approx 0,53 \text{ W}$.
Rezistory nie sú príkonom preťažené. 1b

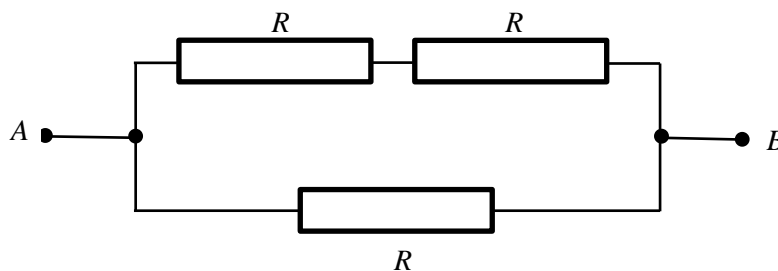
- b) Dva rezistory s odporom $R = 30 \Omega$ zapojíme navzájom paralelne (vedľa seba).



Pri napätí $U_{AB} = 7,2 \text{ V}$ príkon každého rezistora je $P = \frac{U_{AB}^2}{R}, P \approx 1,73 \text{ W}$.

Obidva rezistory sú príkonom preťažené. 1b

- c) Dva rezistory s odporom $R = 30 \Omega$ zapojíme navzájom do série (za sebou) a k nim paralelne (vedľa seba) jeden rezistor s odporom $R = 30 \Omega$.



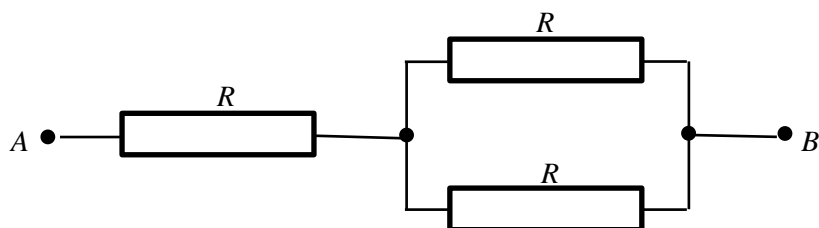
1 b

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{2R} \quad \text{Z toho máme } R_3 = \frac{2}{3} R, R_3 = 20 \Omega.$$

Pri napätí $U_{AB} = 5,8 \text{ V}$ príkon každého rezistora v sériovej vetve je $P = \frac{U_{AB}^2}{4R}, P \approx 0,28 \text{ W}$,
príkon tretieho rezistora $P = \frac{U_{AB}^2}{R}, P \approx 1,12 \text{ W}$.

Ani jeden z rezistorov nie je príkonom preťažený. 1 b

- d) Jeden rezistor s odporom $R = 30 \Omega$ zapojíme do série (za sebou) s dvoma rezistormi s odporom $R = 30 \Omega$ spojenými navzájom paralelne (vedľa seba).



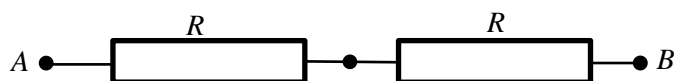
1b

$$R_4 = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2} R .$$

Z toho máme $R_4 = 45 \Omega$. Pri napätí $U_{AB} = 12 \text{ V}$ je príkon každého rezistora v paralelnom zapojení $P = \frac{U_{AB}^2}{9R}$, $P \approx 0,53 \text{ W}$, príkon tretieho rezistora $P = \frac{4U_{AB}^2}{9R}$, $P \approx 2,13 \text{ W}$.

Paralelne zapojené rezistory nie sú príkonom preťažené. Tretí rezistor je výkonovo preťažený. 1 b

e) Dva rezistory s odporom $R = 30 \Omega$ sú zapojené do série (za sebou)



1 b

$$R_5 = 2 R, R_5 = 60 \Omega$$

Pri napätí $U_{AB} = 13 \text{ V}$ je príkon oboch rezistorov rovnaký $P = \frac{U_{AB}^2}{4R}$, $P \approx 1,41 \text{ W}$.

Obidva rezistory sú príkonom preťažené. 1 b

59. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy krajského kola kategórie E

Autori návrhov úloh:	Daniel Klivanec (1, 2), Aba Teleki (3), Boris Lacsny (4)
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Daniel Klivanec
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018