

60. ročník Fyzikální olympiády
v školskom roku 2018/2019
Celoštátné kolo kategórie A
Trenčianske Teplice 12. apríla 2019

Text teoretických úloh

1. Zostup lunárneho modulu

Dňa 20. júla 1969 pristáli prví astronauti Neil Armstrong a Edwin Aldrin na povrchu Mesiaca. Cesta k Mesiacu a pristátie na Mesiaci je veľmi zložitý proces riadený najmä počítačom. Kozmická loď Apollo 11 dopravila astronautov na obežnú dráhu okolo Mesiaca. Od kozmickej lode sa potom oddelil lunárny modul, ktorý zostúpil na povrch Mesiaca. Po vykonanej misii lunárny modul vrátil astronautov späť na obežnú trajektóriu kozmickej lode, s ktorou sa spojil a s ktorou sa vrátil na Zem. V tomto roku uplynie 50 rokov od tejto významnej udalosti.

Kozmická loď Apollo 11 „zaparkovala“ na kružnicovej obežnej trajektórii vo výške $h_R = 110$ km nad povrchom Mesiaca. Lunárny modul po oddelení od kozmickej lode prešiel na zostupovú trajektóriu, ktorá sa priblížila na vzdialenosť $h_A = 20$ km a pod uhlom $\alpha = 30^\circ$ vzhľadom na dotyčnicu k povrchu Mesiaca (bod A), kedy sa zažali brzdiace pristávacie motory.

- a) Určte orbitálnu rýchlosť v_R kozmickej lode a dobu T_R jej obehu na obežnej trajektórii.
- b) Určte rýchlosť v_0 lunárneho modulu v smere dotyčnice k obežnej trajektórii lode, na ktorú treba spomaliť lunárny modul, aby voľným pohybom v gravitačnom poli Mesiaca zostúpil do bodu A zapnutia pristávacích motorov. Určte rýchlosť v_A lunárneho modulu v okamihu dosiahnutia bodu A. K riešeniu nakreslite ilustračný náčrtok.
- c) Určte hodnotu v_{01} rýchlosti v_0 podľa časti b) úlohy, aby modul dosiahol bod A pod uhlom $\alpha = 0$, tzn. rovnobežne s povrchom Mesiaca. Určte čas t_A zostupu lunárneho modulu z obežnej trajektórie Apolla 11 do bodu A v tomto prípade.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: hmotnosť Mesiaca $M_M = 7,35 \times 10^{22}$ kg, polomer Mesiaca $R_M = 1,74 \times 10^6$ m, Newtonova gravitačná konštanta $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

60. ročník Fyzikální olympiády – Teoretické úlohy celoštátneho kola kategórie A

Autor návrhov úloh:

Ivo Čáp 1, 2, 4, Eubomír Konrád 3, 4

Recenzia a úprava úloh a riešení:

Daniel Klivanec, Eubomír Mucha

Redakcia:

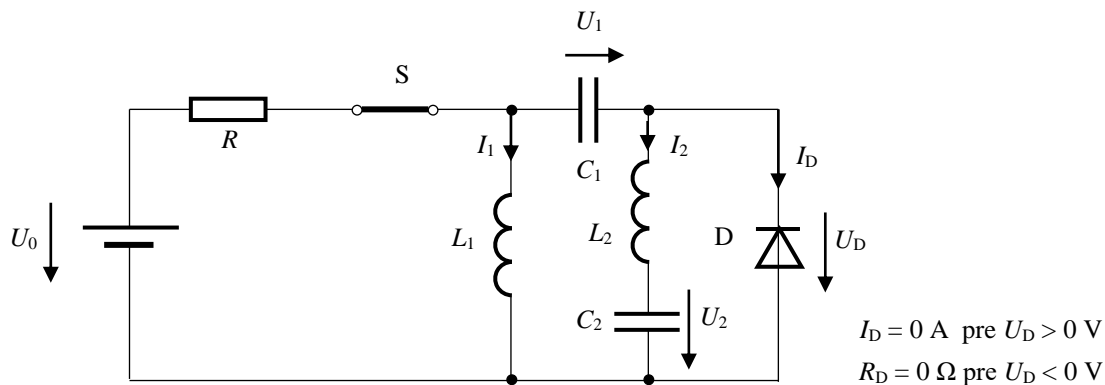
Ivo Čáp

Vydal:

Slovenská komisia fyzikální olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019

2. Elektrický obvod



Obr. A-1

Na obr. A-1 je schéma elektrického obvodu, ktorý je tvorený dvomi kapacitormi C_1 , C_2 , dvomi induktormi L_1 , L_2 a polovodičovou diódou D s ideálnou V - A charakteristikou (nulový prúd v závernom smere a nulový odpor v priepustnom smere, pozri obr. A-1). K obvodu je cez spínač S pripojený zdroj konštantného napätia U_0 s vnútorným odporom R . Na začiatku je obvod pri zapnutom spínači S v ustálenom stave a nulových napätiah na kapacitoroch.

V čase $t = 0$ s rozpojíme spínač S .

- Stručne opíšte ustálený stav pri zapnutom spínači a vysvetlite dej, ktorý prebehne v obvode po rozopnutí spínača.
- Určte maximálnu hodnotu U_{1m} , ktorú dosiahne napätie U_1 na kapacitore C_1 po vypnutí spínača a čas t_1 od vypnutia spínača, kedy napätie túto hodnotu dosiahne.
- Určte maximálnu hodnotu U_{2m} , ktorú dosiahne napätie U_2 na kapacitore C_2 po vypnutí spínača a čas t_2 od vypnutia spínača, kedy napätie túto hodnotu dosiahne.
- Určte maximálnu hodnotu I_{2m} prúdu I_2 , ktorý prechádza induktorom L_2 po vypnutí spínača a čas t_3 od vypnutia spínača, v ktorom prúd I_2 hodnotu I_{2m} dosiahne.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $U_0 = 12 \text{ V}$, $R = 100 \Omega$, $L_1 = 20 \text{ mH}$, $L_2 = 50 \text{ mH}$, $C_1 = 200 \text{ nF}$, $C_2 = 100 \text{ nF}$.

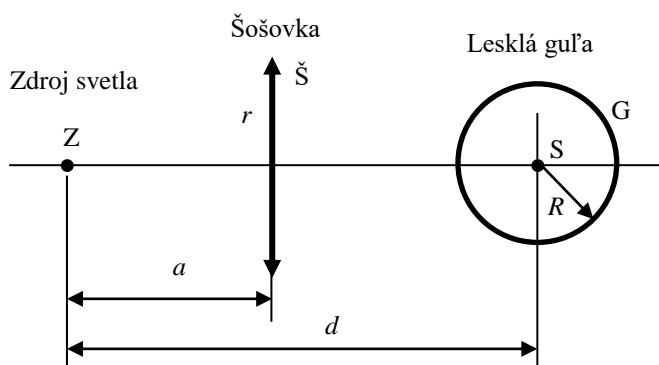
3. Optická sústava

Ak svetlo bodového zdroja dopadá na lesklé guľôčky, rozptyľuje sa svetlo dopadajúce na guľôčky do rôznych smerov. Typický príklad je napr. rozptyl svetla na drobných kvapôčkach vody hmly. Pri vysokej hustote hmly vidíme iba homogénne rozptýlené svetlo, ale zdroj svetla nevidíme.

Uvažujte bodový zdroj svetla Z a guľu G s polomerom R , ktorej stred S je vo vzdialenosti d od zdroja Z . Svetlo dopadajúce zo zdroja na povrch gule sa rozptyľuje odrazom od jej povrchu do všetkých smerov.

Medzi zdroj a guľu vložíme tenkú spojnú šošovku \check{S} s ohniskovou vzdialenosťou f tak, aby body Z a S ležali na optickej osi šošovky, obr. A-2.

- Uvážte, v akej polohe vzhľadom na zdroj a guľu musí byť šošovka, aby nedošlo k rozptylu svetla dopadajúceho na guľu. Úvahu stručne opíšte a znázorníte pomocou obrázku. V obrázku vyznačte chod lúčov optickou sústavou.
- Určte vzdialenosť a šošovky od zdroja, aby nedochádzalo k rozptylu svetla na guľi. Uveďte podmienky pre veličiny R , d a f , aby mohla uvedená situácia nastať.
- Určte vzdialenosť x obrazu Z'' zdroja, vytvoreného optickou sústavou šošovka-guľa, od šošovky, v prípade, keď nedochádza k rozptylu svetla na guľi.



Obr. A-2

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty $d = 35$ cm, $f = 7,0$ cm, $R = 5,0$ cm.

4. Klasické modely atómu

Jedným z prvých historických pokusov vysvetliť štruktúru atómu je tzv. pudingový model, ktorý vytvoril J. J. Thomson v roku 1904, objaviteľ elektrónu v roku 1897. Model vychádza z predstavy, že atóm obsahuje záporné elektróny, ktoré sa nachádzajú vo vnútri gule s homogénne rozloženým kladným nábojom, ktorý zabezpečuje neutrálny charakter atómu. Elektróny sa v kladne nabitom prostredí voľne pohybujú bez odporu. V roku 1911 E. Rutherford zistil, že kladný náboj je sústredený vo veľmi malom priestore v strede atómu a nazval ho atómovým jadrom. V Rutherfordovom (tzv. planetárnom) modeli sa elektróny pohybujú po kružnicových trajektóriách okolo jadra.

Uvažujte guľu s polomerom R a nábojom Q homogénne rozloženým vo vnútri gule.

- a) Dokážte, že veľkosť E intenzity E elektrického poľa vo vnútri gule je priamoúmerná vzdialenosti r od jej stredu a mimo gule nepriamoúmerná r^2 .

Vyjadrite intenzitu elektrického poľa gule $E = f_1(r)$ ako funkciu vzdialenosti r od stredu gule pre $0 \leq r \leq R$ a pre $r > R$.

- b) Vyjadrite potenciálnu energiu $E_p = f_2(r)$ elektrónu s nábojom $-e$ v elektrickom poli gule ako funkciu vzdialenosti r vo vnútri gule a mimo gule, ak $E_p = 0$ pre $r \rightarrow \infty$.

Uvažujte Thomsonov model (T) atómu vodíka ^1H s polomerom $R = 3,0 \times 10^{-10}$ m. Predpokladajte, že elektrón sa pohybuje po kružnici s polomerom $r < R$ a so stredom v strede atómu.

- c) Vyjadrite moment hybnosti L_T elektrónu ako funkciu polomeru r trajektórie a celkovú energiu E_T elektrónu ako funkciu momentu hybnosti L_T .

Uvažujte Rutherfordov (R) model, v ktorom polomer kladného jadra $R \rightarrow 0$ a elektrón sa pohybuje po kružnici s polomerom r v okolí jadra.

- d) Vyjadrite moment hybnosti L_R elektrónu ako funkciu polomeru r trajektórie a celkovú energiu elektrónu E_R ako funkciu momentu hybnosti L_R .

Aby sa vysvetlilo diskkrétne emisné, resp. absorpčné spektrum vodíka, zaviedol N. Bohr v roku 1913 do modelu atómu podmienku, že elektróny sa môžu nachádzať iba na trajektóriách, na ktorých je ich moment hybnosti L iba celočíselným násobkom elementárnej hodnoty L_0 , tzn. $L = n L_0$, kde $n = 1, 2, 3, \dots$ je kvantové číslo.

- e) S použitím Bohrovej podmienky vyjadrite celkové energie elektrónu E_{Tn} a E_{Rn} elektrónu podľa obidvoch modelov T a R ako funkcie L_0 a n . Vyjadrite vzťah pre vlnovú dĺžku λ spektrálnych čiar vodíka, zodpovedajúcu prechodu elektrónu medzi hladinami s kvantovými číslami n_1 a n_2 . Určte pomer vlnových dĺžok $p = \lambda_{13}/\lambda_{12}$, ktoré zodpovedajú prechodom medzi stavmi s číslami $n: 1 \leftrightarrow 3$ a $1 \leftrightarrow 2$ pre obidva modely.

- f) Meraním sa zistilo, že v absorpčnom spektre vodíka sú spektrálne čiary s vlnovými dĺžkami $\lambda_{12} \approx 122$ nm a $\lambda_{13} \approx 103$ nm. Ktorému z modelov tieto hodnoty zodpovedajú? Svoje tvrdenie zdôvodnite. Pomocou zmeranej hodnoty λ_{12} určte elementárne kvantum L_0 momentu hybnosti elektrónu.

Hmotnosť elektrónu $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg, elektrická konštanta $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ F·m⁻¹, Planckova konštanta $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s, rýchlosť svetla vo vákuu $c = 3,00 \times 10^8$ m·s⁻², elementárny náboj $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

Pozn.: Uvedené modely boli iba prechodné pokusy vysvetliť štruktúru a vlastnosti atómu. Vysvetlenie priniesol až kvantovo-mechanický model (Schrödinger, Heisenberg 1924 – 1927).