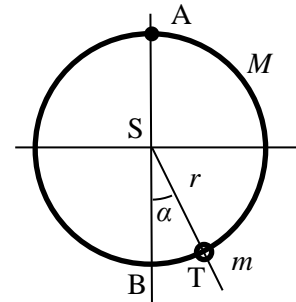


60. ročník Fyzikálnej olympiády
 v školskom roku 2018/2019
 kategória B – domáce kolo
 Texty úloh

1. Kmity zatťaženej obruče

Uvažujme tenkú obruč tvaru kružnice s polomerom r a hmotnosťou M , ktorá je zavesená v bode A na jej obvode. Na obruči v bode T je pevne uchytené malé teliesko s hmotnosťou m , obr. B–1. Poloha telieska je určená uhlom α medzi úsečkami SB a ST, kde bod B je protiľahlý k bodu A vzhľadom na stred S obruče..



Obr. B–1

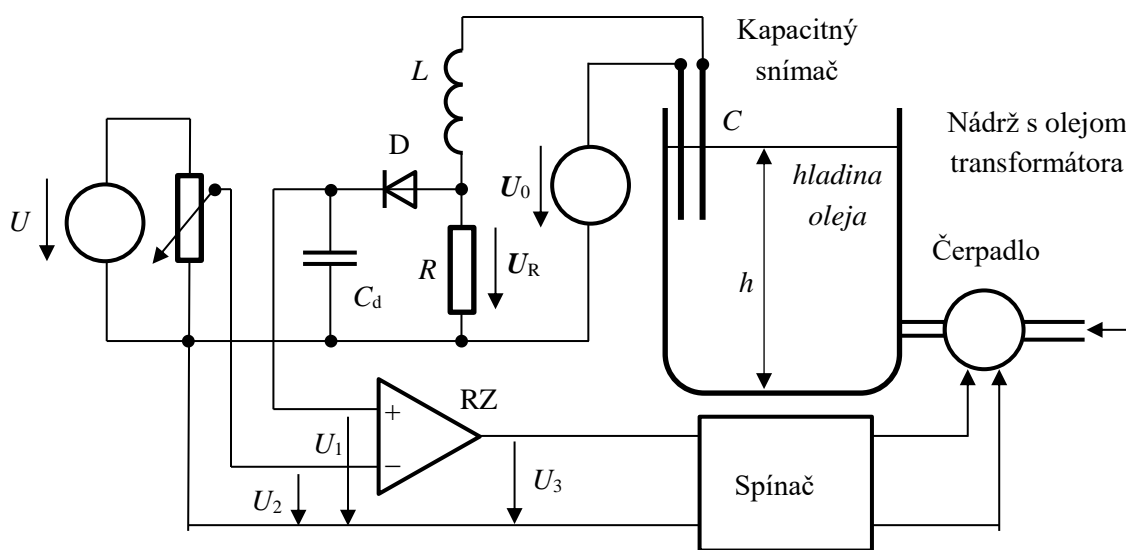
- a) Určte uhol φ odchýlky priamky AB od zvislého smeru v stave rovnováhy ako funkciu uhlu α . Nakreslite obrázok a vyznačte v ňom vonkajšie sily pôsobiace na sústavu obruč–teliesko.
- b) Obruč s telieskom vychýlime o malý uhol γ v rovine obruče a potom uvoľníme. Určte periódu T kmitov obruče.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $M = 50$ g, $m = 20$ g, $r = 15$ cm, $\alpha = 30^\circ$, $g = 9,8$ m·s⁻².

Vplyv trenia a odporu prostredia neuvažujte.

2. Regulátor hladiny transformátorového oleja

Medzi najpresnejšie metódy merania patria rezonančné metódy. Používajú sa na určenie elektrických, mechanických a optických veličín. Pritom sa vychádza z rôznych vlastností rezonančnej charakteristiky. Nasledujúca úloha je príklad jednoduchej aplikácie tejto metódy, v ktorej sa využíva veľká strmá frekvenčná charakteristika rezonančného obvodu s veľkým faktorom kvality $Q \gg 1$. Predstavuje metódu merania alebo regulácie výšky hladiny transformátorového oleja vo vani vysoko výkonového transformátora.



Obr. B–2

Kapacitný snímač na meranie výšky hladiny oleja v nádrži je vytvorený z dvoch rovnobežných vodivých dosiek (elektród), medzi ktoré preniká olej v nádrži, obr. B-2. Šírka dosiek je a , výška b a vzájomná vzdialenosť dosiek d . Ak je normálna výška h_0 hladiny oleja v nádrži, dosahuje olej do jednej polovice výšky dosiek. Označíme pokles hladiny $x = h_0 - h$.

K snímaču s kapacitou C je pripojený induktor s indukčnosťou L , rezistor s odporom R a zdroj striedavého napätia s amplitúdou U_0 a frekvenciou f .

K rezistoru je pripojený detektor s diódou D a kondenzátor s kapacitou C_d , na ktorom je konštantné napätie U_1 rovné amplitúde U_R napätia U_R na rezistore R .

Napätie U_1 je pripojené na + vstup rozdielového operačného zosilňovača RZ. Na - vstup RZ je pripojené napätie U_2 z nastaviteľného zdroja. Na výstupe RZ je napätie $U_3 = A(U_1 - U_2)$, kde A je zosilnenie RZ. Napätie U_2 sa nastaví tak, aby bolo $U_3 = 0$ pri normálnej výške h_0 hladiny oleja.

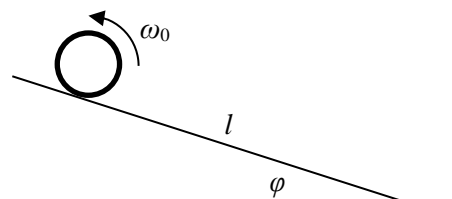
Napätím U_3 sa ovláda spínač napájania čerpadla. Pri nenulovej hodnote U_{3s} sa čerpadlo zapne a pri poklese na nulovú hodnotu sa čerpadlo vypne.

- Určte kapacitu C snímača ako funkciu poklesu x hladiny oleja. Určte kapacitu C_0 snímača pri normálnej výške h_0 hladiny oleja.
- Požadujeme rezonančnú frekvenciu f_0 a faktor kvality Q pri normálnej výške h_0 hladiny. Určte odpor R a indukčnosť L obvodu snímača.
- Určte rezonančnú frekvenciu f_{01} obvodu snímača, ak hladina oleja klesne v pomere $p = x/b \ll 1$. Zostrojte v spoločnom obrázku grafy U_R/U_0 ako funkciu f/f_0 pre hodnoty Q , f_0 , f_{01} a p_1 .
- Pre maximálnu citlivosť merania volíme frekvenciu f zdroja tak, aby zmena napätia U_R pri zmene výšky hladiny bola čo najväčšia. Ako vhodnú v tomto prípade zvolíme $f = 1,05 f_0$. Určte napätie U_2 a napätie U_1 pre pokles p_1 hladiny.
- Pre dané hodnoty určte pomerný pokles hladiny p_2 , pri ktorom spínač zapne čerpadlo.

Úlohu riešte najprv všeobecne a potom pre hodnoty: relatívna permitivita oleja $\varepsilon_r = 2,1$; elektrická konštanta $\varepsilon_0 = 8,9 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$, $U_0 = 24 \text{ V}$, $Q = 10$, $f_0 = 1,0 \text{ MHz}$, $a = 10 \text{ cm}$, $b = 10 \text{ cm}$, $d = 2,0 \text{ mm}$, $p_1 = 0,10$; $A = 10$, $U_{3s} = 0,70 \text{ V}$.

3. Valec na naklonenej rovine

Na naklonenú rovinu s uhlom sklonu φ položíme roztočený homogénny valec s polomerom r , ktorý sa otáča okolo vodorovnej osi rovnobežnej s naklonenou rovinou uhlovou frekvenciou ω_0 v smere otáčania označenom na obr. B-3. Rotujúci valec položíme do vzdialenosti l od dolného okraja naklonenej roviny. Faktor šmykového trenia medzi valcom a naklonenou rovinou je f_k a faktor statického trenia f_s .



Obr. B-3

- Nakreslite obrázok a vyznačte v ňom sily, ktoré pôsobia na valec počas pohybu. Pomenujte tieto sily a napíšte, aký význam majú pre pohybový stav valca. Uveďte, kedy pôsobí medzi valcom a naklonenou rovinou trenie šmykové a kedy trenie statické. Napíšte pohybové rovnice postupného a otáčavého pohybu valca na naklonenej rovine.
- Aké trenie pôsobí medzi valcom a doskou v okamihu polozenia roztočeného valca na dosku? Určte medzný uhol φ_k naklonenej roviny, pri ktorom po položení valca na naklonenú rovinu zostane os valca stáť na jednom mieste, a po akú dobu t_0 valec v tomto stave zostane. Ako sa začne valec pohybovať po položení na naklonenú rovinu pre $\varphi < \varphi_k$ a pre $\varphi > \varphi_k$?

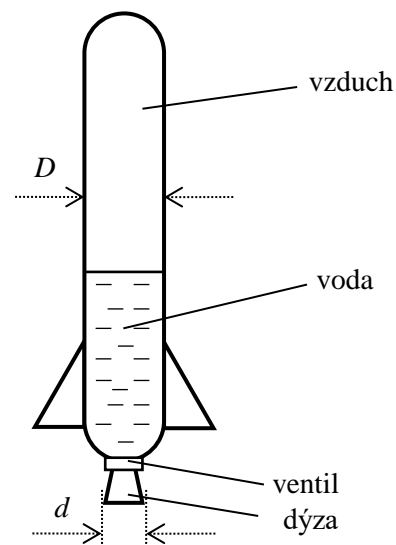
- c) Aké podmienky musia byť splnené, aby sa valec pohyboval na naklonenej rovine valivým pohybom? Aké trenie v takom prípade pôsobí medzi valcom a naklonenou rovinou? Určte medzný uhol φ_v naklonenej roviny, pri ktorom sa môže valec pohybovať na naklonenej rovine valivým pohybom.
- d) Uveďte, ako bude prebiehať pohyb valca po položení na naklonenú rovinu pre rôzne intervaly uhlu φ naklonenej roviny. Opíšte jednotlivé časti pohybu valca od okamihu polozenia na naklonenú rovinu až po dosiahnutie jej dolného okraja. Uveďte, aké trenie pôsobí medzi valcom a naklonenou rovinou v jednotlivých častiach pohybu.
- e) Určte dobu t_c , za ktorú valec dosiahne dolný koniec naklonenej roviny pre tri uhly φ : $\varphi_1 > \varphi_v$, $\varphi_2 = \varphi_k$ a $\varphi_3 < \varphi_k$.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $\omega_0 = 2\pi \times 10 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$; $l = 1,0 \text{ m}$; $r = 3,0 \text{ cm}$; faktor šmykového trenia $f_k = 0,35$; faktor statického trenia $f_s = 0,40$; $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $\varphi_1 = 60^\circ$; $\varphi_3 = 15^\circ$. Naklonená rovina je smerom nahor dostatočne dlhá, aby valec cez horný koniec nespadol.

4. Vodná raketa

Jednoduchá, ale veľmi efektná raketa sa dá zostrojiť pomocou dlhšej pevnej valcovej nádoby s diaľkovo ovládaným ventilom, naplnenej čiastočne vodou a čiastočne stlačeným vzduchom, obr. B–4.

Priemer nádoby je $D = 20 \text{ cm}$, priemer výstupnej dýzy $d = 30 \text{ mm}$, vnútorný objem nádoby $V_0 = 30 \text{ dm}^3$ a hmotnosť rakety bez vody $m_0 = 1,5 \text{ kg}$. Pred vystrelením je vnútorná dutina rakety naplnená vodou s objemom $V_{10} = f V_0$, kde $f = 0,60$, zvyšok vnútorného objemu je vyplnený stlačeným vzduchom s tlakom $p_0 = 4,0 \text{ MPa}$. Pri štarte sa na diaľku otvorí ventil, voda začne prúdiť z dýzy von a raketa začne stúpať zvislo nahor po priamej trajektórii.



Obr. B–4

- a) Pred štartom je teplota celej sústavy $T_0 \approx 293 \text{ K}$. Určte hmotnosť m_{10} vody a m_{20} vzduchu v nádobe pred štartom rakety.
- b) Nakreslite situačný obrázok. Pomenujte vonkajšie sily pôsobiace na raketu počas prúdenia vody z dýzy a označte ich v obrázku ako vektory. Napíšte pohybovú rovnicu rakety.
- c) Opíšte dej, ktorý prebieha vo vnútri rakety, ktorý vedie k vytvoreniu reaktívnej (ťahovej) sily potrebnej na pohon rakety. Napíšte rovnicu pre určenie veľkosti reaktívnej sily F_r . Určte minimálnu hodnotu p_{\min} tlaku vzduchu v nádobe počas prúdenia vody z dýzy. Určte maximálnu hodnotu $F_{r\max}$ a minimálnu hodnotu $F_{r\min}$ reaktívnej sily počas prúdenia vody z dýzy. Pozn.: Pre zjednodušenie neuvažujte v Bernoulliho rovnici potenciálny člen, tzn. uvažujte iba členy kinetický a tlakový.
- d) Určte čas t_r , za ktorý vytečie z rakety všetka voda a rýchlosť v_m , ktorú raketa za tento čas dosiahne.
- e) Určte minimálnu a_{\min} a maximálnu a_{\max} hodnotu zrýchlenia rakety počas prúdenia vody z dýzy a určte maximálnu rýchlosť v_{\max} , ktorú by raketa dosiahla, keby sa zrýchlenie menilo zo začiatkovej do konečnej hodnoty podľa lineárnej funkcie času.

Pozn.: Pri riešení úloh použite rozumné zjednodušenia. Oprávnenosť každého zjednodušenia overte.

Hustota vody je $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, tiažové zrýchlenie $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, univerzálna plynová konštanta $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, molová hmotnosť vzduchu $M = 29 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, Poissonova konštanta vzduchu je $\kappa = 1,4$. Rozpínanie vzduchu v nádobe považujte za adiabatické, odpor vzduchu pri pohybe rakety neuvažujte.

Pomôcka:
$$\int_{x_1}^{x_2} x^k dx = \frac{1}{k+1} x^{k+1} \Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{k+1} (x_2^{k+1} - x_1^{k+1}).$$

5. Termodynamický cyklus

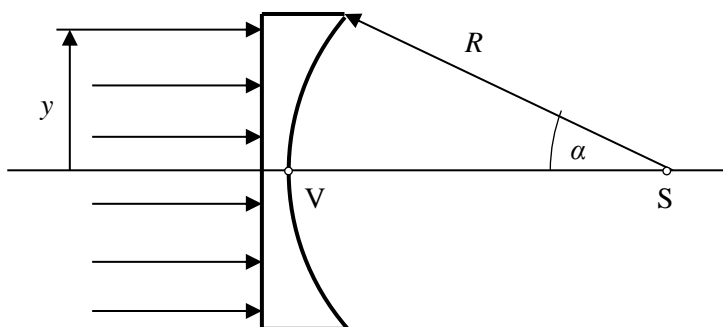
Vo valci je uzatvorený dusík. Dusík má na začiatku objem $V_0 = 2,5 \text{ dm}^3$, tlak $p_0 = 2,0 \text{ MPa}$ a teplotu $T_0 = 250 \text{ K}$. Potom bol zohriaty pri stálom objeme V_0 do stavu 1 s teplotou $T_1 = 350 \text{ K}$. Pri stálej teplote T_1 bol plyn stlačený do stavu 2 s tlakom p_2 a následne adiabaticky expandoval do pôvodného začiatočného stavu.

- Určte látkové množstvo n a počet N molekúl dusíka vo valci.
- Určte stavové veličiny v stavoch 1 a 2 a zostrojte p - V diagram deja.
- Určte prácu W vykonanú vonkajšími silami počas jedného cyklu deja.
- Určte teplo Q_1 dodané zdrojom tepla, teplo Q_2 odovzdané dusíkom do okolia počas cyklu a pomer $\eta = Q_2/W$.

Hodnoty konštánt potrebných pre riešenie úlohy vyhľadajte v MF tabuľkách. Plyn považujte za ideálny.

6. Šošovka s guľovým povrchom

Šošovky majú z dôvodu menej náročnej výroby guľovité zakrivenie povrchu. Uvažujte rozptylku zo skla s indexom lomu $n = 1,8$, obr. B-5. Okolité prostredie šošovky je vzduch s indexom lomu $n_0 = 1,0$. Zakrivený povrch šošovky má polomer zakrivenia $R = 16 \text{ cm}$ a vrcholový uhol guľového odseku je $\alpha = 30^\circ$. Z ľavej strany dopadá na rovinný povrch šošovky kolineárny zväzok svetla rovnobežný s optickou osou šošovky.



Obr. B-5

- Nakreslite šošovku v skutočnej mierke a zostrojte lúč, ktorý dopadá na šošovku vo vzdialenosti y od optickej osi, a na základe tejto konštrukcie určte graficky polohu ohniska šošovky pre lúče so vzdialenosťami $y_1 = 8,0 \text{ cm}$ a $y_2 = 2,0 \text{ cm}$ od optickej osi.
- Určte výpočtom ohniskovú vzdialenosť f (vzdialenosť ohniska od vrcholu V) pre lúče so vzdialenosťami y_1 a y_2 od osi. Výsledky porovnajte s grafickou konštrukciou.

- c) Určte výpočtom ohniskovú vzdialenosť f pre $y \ll R$ a ukážte, že táto vzdialenosť nezávisí od y .
- d) Určte maximálnu hodnotu α_m uhlu α , aby lúče dopadajúce na šošovku prešli šošovkou do obrazového priestoru. Určte ohniskovú vzdialenosť f_m pre uhol α_m .

Pozn.: Pre malé uhly φ platia približné vzťahy $\sin \varphi \approx \varphi \approx \tan \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$.

7. Pokovovanie vodivých predmetov – Experimentálna úloha

Existuje viacero spôsobov, ako chrániť povrchy telies pred koróziou alebo vytvárania povrchov, na ktoré možno napaarovať ďalšie vrstvy, napr. drahých kovov. Pri úprave povrchu vodivých predmetov sa často využíva galvanické pokovovanie. Rovnaký princíp sa využíva aj pri získavaní hliníka z taveniny oxidu Al_2O_3 . Pri priemyselnom získavaní hliníka v hlinikárni v Žiari nad Hronom je príkon zariadenia približne 270 MW, čo je napr. výkon elektrárne v Novákoch.

Úlohy:

1. Uvedte Faradayove zákony elektrolýzy, stručne opíšte princíp pokovovania a uvedte, ktorý pól zdroja treba pripojiť na pokovovaný predmet.
2. Zostavte elektrický obvod, ktorý použijete na pokovovanie. Použite zdroj s maximálnym výstupným napätím $U = 24$ V. Zvoľte vhodný roztok na pokovovanie meďou. Na analýzu deja je najvhodnejším predmetom kovová doska s rovinným povrchom.
3. Aby bola vrstva medi kompaktná a dobre držala na predmete, je predmet potrebné dobre očistiť a odmastiť. Odhadnite obsah pokovovaného povrchu predmetu a určte prúd v obvode, aby prúdová hustota na pokovovanom povrchu bola približne $0,2$ A/cm².
4. Pred začiatkom pokovovania suchý predmet čo najpresnejšie odvážte. Potom ho vložte do elektrolytu, pripojte zdroj a nastavte vypočítaný prúd I . Doba pokovovania zvoľte približne $t = 30$ min a presne ho odmerajte stopkami.
5. Po skončení pokovovania predmet osušte, najlepšie fénom, alebo opatrne jemnou servítkou. Suchý predmet opäť zvažte a zistite hmotnosť m vylúčenej medi. Určte hrúbku h vrstvy, ak predpokladáte, že vrstva je po celej pokovovanej ploche homogénna a má rovnakú hrúbku.
6. Zo zmeraných hodnôt prúdu I a času t vypočítajte hmotnosť vylúčenej medi s použitím 1. Faradayovho zákona a výsledok porovnajete s hodnotou hmotnosti m získanou meraním.
7. Určte príkon P prúdu I počas pokovovania.

60. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie B

Autori návrhov úloh:

Ivo Čáp 1–3, 5, 7, Dušan Nemeč 4, Lubomír Konrád 6

Recenzia a úprava úloh a riešení:

Daniel Klivanec, Lubomír Mucha

Redakcia:

Ivo Čáp

Vydal:

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019