

60. ročník Fyzikálnej olympiády v školskom roku 2018/2019 kategória A

Text úloh domáceho kola

Kategória A je určená pre študentov stredných škôl, ktorí ďalej rozvíjajú svoje vedomosti a zručnosti z celého rozsahu látky z fyziky a matematiky strednej školy. Je určená najmä ako príprava pre uchádzačov o účasť celoštátnom kole FO a medzinárodných súťažiach (IPhO, EuPhO, EUSO a pod.). Obsah a náročnosť úloh sa riadi syllabom IPhO, ktorý je k dispozícii na stránke <http://ipho.org/syllabus.html>. V rámci prípravy a riešenia úloh odporúčame zoznámiť sa s obsahom tohto syllabu.

1. LIDAR (Light Detection and Ranging)

Údaj f_d 1 004 Hz z pôvodného zadania vynechať, nezodpovedal danej situácii a nie je pre riešenie potrebný.

Modernou pomôckou dopravných policajtov je zariadenie na meranie rýchlosti vozidiel LIDAR (Light Detection and Ranging), obr. A-1. Pracuje na princípe odrazu infračerveného laserového lúča ($\lambda = 904 \text{ nm}$) od vozidla a spracovanie detegovaného odrazeného lúča. LIDAR je navyše vybavený kamerou, ktorou môže dokumentovať sledované vozidlo. LIDAR môže byť statický alebo mobilný inštalovaný na policajnom vozidle.



Obr. A-1

Uvažujte policajné vozidlo (1. vozidlo) vybavené LIDARom, ktoré sleduje vozidlo pred ním (2. vozidlo). LIDAR vysiela sériu krátkych laserových impulzov s opakovacou frekvenciou $f_0 = 1\,000 \text{ Hz}$. Digitálny detektor vyhodnotí zmenu frekvencie zachytených odrazených impulzov. Procesor prístroja registruje rýchlosť policajného vozidla $v_0 = 140 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

- Určte čas τ_1 medzi dopadom dvoch po sebe nasledujúcich impulzov žiarenia na 2. vozidlo ako funkciu rýchlosti v unikajúceho vozidla.
- Určte čas τ_2 medzi zachytením dvoch po sebe nasledujúcich impulzov žiarenia detektorom LIDARu.
- Z vyhodnotenej zmeny intervalu medzi impulzmi $\tau_2 - \tau_0$ určte rýchlosť 2. vozidla.

Dalo by sa predpokladať, že funkcia LIDARu je narušená dažďom. Uvažujte pomerne silný dažď, pri ktorom naprší 10 mm vody za 1 h, priemer kvapky $d = 2,0 \text{ mm}$ a rýchlosť pádu kvapiek 10 m/s.

- Určte priemernú vzdialenosť, ktorú urazí veľmi krátky impulz laserového lúča s priemerom prierezu $D = 8 \text{ mm}$, pri ktorej nedôjde k stretnutiu s kvapkou dažďa.

- e) Uveďte aspoň tri výhody a tri nevýhody LIDARu v porovnaní s klasickým dopplerovským radarom, ktorý pracuje so spojitým harmonickým vlnením.
Rýchlosť šírenia impulzov lasera vo vzduchu $c \approx 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

2. Blood Moon - Krvavý Mesiac

Dňa 27. júla 2018 sme boli svedkami neobyčajného astronomického javu – najdlhšie trvajúceho úplného zatmenia Mesiaca v tomto storočí. Zatmenie trvalo 104 minút.

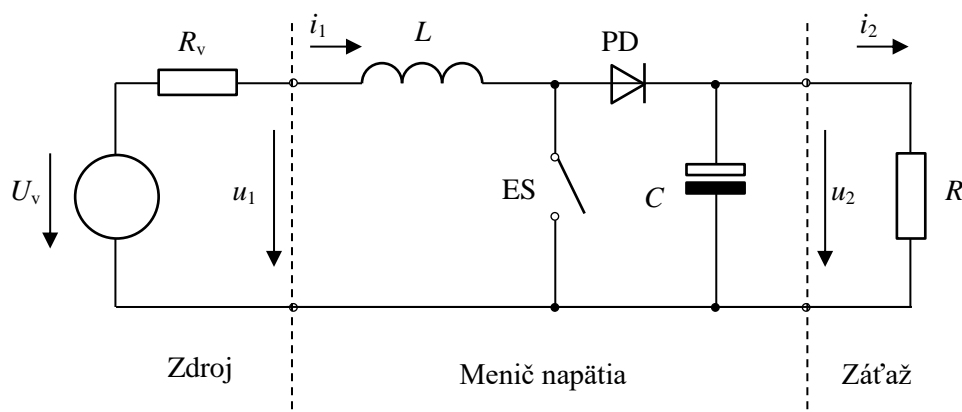
- a) Určte dobu obehu Mesiaca okolo Zeme za predpokladu, že sústava Zem–Mesiac je izolovaná od vplyvu Slnka a iných kozmických telies. Výsledok porovnajte s hodnotou *siderickej doby* obehu udávanou v astronomických tabuľkách. Čo je hlavnou príčinou rozdielu oboch hodnôt?
- b) Znázorníte na obrázku a vysvetlite, ako dochádza k úplnému zatmeniu Mesiaca. Určte priemer úplného tieňa a priemer polotieňa Zeme vo vzdialenosti rovnjej polomeru orbitálnej trajektórie Mesiaca a porovnajte tieto priemery s priemerom Mesiaca. Čo z toho vyplýva pre možnosť výskytu javu zatmenia Mesiaca?
- c) Zistíte extrémne polohy Zeme voči Slnku a Mesiaca voči Zemi a určte, aká môže byť teoreticky najdlhšia doba zatmenia Mesiaca.
- d) Pre opakované pozorovanie zatmenia Mesiaca je dôležitý tzv. *synodický mesiac*. Uveďte, aký je rozdiel medzi *siderickým* a *synodickým* mesiacom a určte dobu *synodického mesiaca*. Výsledok porovnajte s hodnotou uvádzanou v astronomických tabuľkách.
- e) Vysvetlite, prečo nie je zatmenie Mesiaca pri každom splne. Určte po akom čase sa zatmenia, úplné alebo čiastočné, opakujú. *Pozn.: Čiastočné zatmenie nastáva, ak Mesiac alebo jeho časť prechádza polotieňom Zeme, úplné zatmenie nastane, ak celý Mesiac vstúpi do úplného tieňa Zeme.*
- f) Pohyb Mesiace je pomerne zložitý. Okrem Zeme ovplyvňuje pohyb Mesiaca aj Slnko. Okrem obehu okolo Zeme, ktorý určuje siderickú dobu obehu, určuje pohyb Mesiaca aj precesia trajektórie Mesiaca, ktorá spôsobuje pohyb uzlového bodu o $10,04^\circ$ za rok proti smeru obehu Mesiaca. Určte periódu opakovania najdlhšieho zatmenia, tzv. Sarosovho cyklu. V ktorom roku tak možno očakávať ďalší „Krvavý Mesiac“.

Potrebné údaje vyhládajte v informačných databázach. Všetky vyhladané a použité hodnoty uveďte v úvode riešenia.

3. Spínaný menič

Pri napájaní rôznych elektrických zariadení vzniká často potreba transformovať napätie zdroja. V prípade striedavého napätia je najjednoduchšou formou elektrický transformátor. Transformátor sa však nedá použiť na transformáciu konštantného napätia. Na transformáciu konštantného napätia z menších hodnôt na väčšie sa používajú elektronické meniče, ktoré využívajú polovodičové súčiastky, ako sú diódy, tyristory atď. v spojení s elektronickými spínačmi.

Príklad meniča, ktorý slúži na transformáciu nižšieho vstupného konštantného napätia na vyššie konštantné napätie je znázornený schémou na obr. A–2.



Obr. A–2

Uvažujme zdroj konštantného napätia s vnútorným napätím U_v a veľmi malým vnútorným odporom R_v . Zátťaž s odporom R vyžaduje napájacie napätie so strednou hodnotou $U_2 > U_v$ a s maximálnym zvlnením $p_2 = \Delta u_2 / U_2$. Menič pozostáva z induktora s indukčnosťou L , kapacitora s kapacitou C , polovodičovej diódy PD s veľmi malým odporom v priepustnom smere a elektronického spínača ES. Obvody spínača umožňujú nastaviť periódu T zapínania a čas $t_z < T$ zapnutia spínača.

Úlohou je vysvetliť princíp činnosti meniča a určiť potrebný pomer $s = t_z / T$ a hodnoty L , C . Pred vysvetlením princípu činnosti meniča (bod d)) riešte nasledujúce úlohy a) až c):

- Vysvetlite (stačí kvalitatívne), ako sa mení prúd v obvode, ak ku zdroju konštantného napätia U_v s vnútorným odporom R_v pripojíme ideálny induktor s indukčnosťou L . Uveďte, akú maximálnu hodnotu I_m prúd dosiahne za dostatočne dlhý čas. Dokážte, že v dostatočne krátkom čase po pripojení induktora, kedy je splnená podmienka $i(t) \ll I_m$, je zmena prúdu i induktora opísaná lineárnou funkciou času, určte smernicu k_{RL} tejto lineárnej závislosti a napíšte príslušnú lineárnu funkciu. Určte časovú konštantu $\tau_{RL} = |I_m / k_{RL}|$ tohto R–L obvodu a hodnotu i_τ , ktorú by prúd induktora dosiahol za čas τ_{RL} podľa určenej lineárnej funkcie. Nakreslite graf funkcie $i_L = f(t)$, vyznačte v ňom maximálny prúd I_m , čas τ_{RL} a lineárnu závislosť prúdu od času pre $\tau \ll \tau_{RL}$.
- Vysvetlite (stačí kvalitatívne), ako sa mení napätie kapacitora s kapacitou C so začiatočným napätím u_0 , ak k nemu pripojíme rezistor s odporom R . Akú výslednú hodnotu dosiahne napätie kapacitora za dostatočne dlhý čas? Dokážte, že v dostatočne krátkom čase po pripojení rezistora, v ktorom $u_0 - u(t) \ll u_0$, pokles napätia kapacitora je opísaný lineárnou funkciou. Určte smernicu

k_{RC} tejto lineárnej závislosti a napíšte príslušnú lineárnu funkciu. Určte časovú konštantu $\tau_{RC} = |u_0/k_{RC}|$ tohto R–C obvodu a hodnotu u_τ , ktorú by napätie kapacitora dosiahlo za čas τ_{RC} podľa určenej lineárnej funkcie. Nakreslite graf funkcie $u_C = f(t)$, vyznačte v ňom začiatočné napätie u_0 , čas τ_{RC} a lineárnu závislosť napätia od času pre $t \ll \tau_{RC}$.

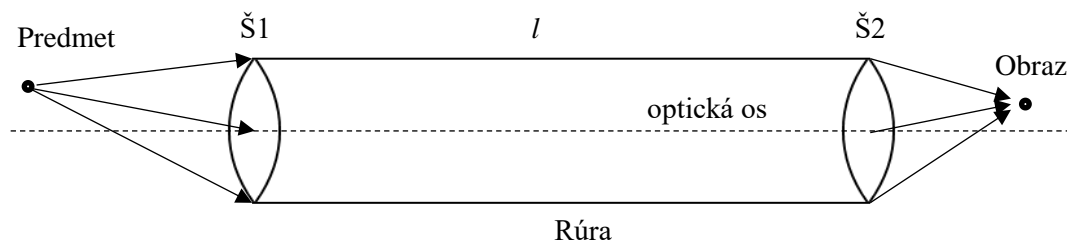
- c) Určte energiu E_L magnetického poľa induktora počas lineárneho nárastu prúdu podľa časti a) a energiu E_C elektrického poľa kapacitora počas lineárneho poklesu napätia podľa časti b), ako funkcie času. Vysvetlite, prečo prúd induktora a napätie kapacitora sa môžu meniť iba spojito, tzn. nemôže dôjsť k skokovej zmene týchto veličín.
- d) Vysvetlite základný princíp funkcie meniča napätia podľa obr. A–2, tzn. ako sa dosiahne zvýšenie napätia z hodnoty U_v zdroja na hodnotu $U_2 > U_v$ na výstupe. Predpokladajte, že deje v meniči majú ustálený periodický priebeh a vzhľadom na krátku periódu T spínača všetky zmeny prúdu induktora a napätia kapacitora sú opísané lineárnymi funkciami času. Určte relatívnu dobu zapnutia spínača t_z/T , aby výstupné napätie malo predpísanú strednú hodnotu U_2 . Určte hodnoty indukčnosti L a kapacity C , aby zvlnenie prúdu zdroja $p_1 = \Delta i_1 / I_1$ (kde I_1 je stredná hodnota prúdu i_1) a zvlnenie výstupného napätia $p_2 = \Delta u_2 / U_2$ mali požadované hodnoty $p_1 \ll 1$ a $p_2 \ll 1$. Pre zjednodušenie predpokladajte, že vnútorný odpor R_v je veľmi malý, takže $u_1 \approx U_v$, a že stredný výkon na záťaži $P_2 \approx \frac{U_2^2}{R}$.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $U_v = 6,0 \text{ V}$, $R_v = 1,2 \Omega$, $U_2 = 24 \text{ V}$, $T = 1,0 \text{ ms}$ ($f = 1,0 \text{ kHz}$), $R = 1,0 \text{ k}\Omega$, $p_1 = 5,0 \%$, $p_2 = 1,0 \%$.

4. Optická sústava

S optickými šošovkami možno realizovať rôzne optické sústavy. Možnosti využitia kombinácie šošoviek sa spomínajú už roku 1590, kedy holandský brusič šošoviek Zacharias Jansen vytvoril prvý použiteľný mikroskop. Roku 1608 holandský výrobca šošoviek Hans Lippershey z dvojice šošoviek zostavil ďalekohľad. Neskôr našli tieto základné optické prístroje široké využitie v astronómii a skúmaní mikroskopických objektov.

Študenti si chceli urobiť jednoduchý optický prístroj. Našli vhodnú rúru s dĺžkou $l = 20 \text{ cm}$ a na jej konce upevnili dve spojné šošovky Š1 a Š2, obr. A–3.



Obr. A–3

Pred šošovku Š1 umiestnili zapálenú sviečku do vzdialenosti $a_1 = 15$ cm od šošovky. Listom bieleho papiera kolmým na optickú os potom hľadali obraz sviečky za šošovkou Š2. Našli obraz sviečky, keď papier umiestnili do vzdialenosti $a_2 = 17$ cm od šošovky Š2.

Potom zamerali rúru na Mesiac a ostrý obraz Mesiaca získali, keď papier tienidla umiestnili do vzdialenosti $a_3 = 13$ cm od šošovky Š2.

- Nakreslite schému optickej sústavy v prvom i druhom prípade. V oboch prípadoch nakreslite chod lúčov sústavou.
- Určte ohniskové vzdialenosti f_1 a f_2 šošoviek Š1 a Š2.
- Určte výpočtom zväčšenie z_1 pri zobrazení sviečky. S použitím vypočítaných hodnôt f_1 a f_2 zostrojte presne obraz sústavy a prechod lúčov sústavou a graficky overte správnosť hodnoty zväčšenia z_1 získanej výpočtom.

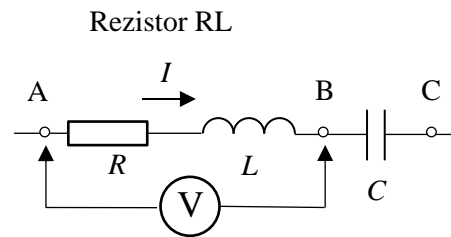
Optická sústava s podobným zložením sa používa aj ako mikroskop. Študenti to chceli vyskúšať. Rúru postavili zvislo šošovkou Š2 hore a šošovku Š2 použili ako okulár. Potom pozorovali drobné predmety na stole a testovali zväčšenie svojho jednoduchého prístroja. Hustota buniek na sietnici oka umožňuje rozlíšiť dva body, ktoré vidieť pod uhlom $\delta\varphi > 1'$ (uhlová minúta). Aby bol zorný uhol čo najväčší, snažíme sa predmety čo najviac priblížiť k oku. Oko je však schopné zaostriť na predmety vo vzdialenosti $25 \text{ cm} < d < \infty$. Minimálna vzdialenosť na pohodlné priame pozorovanie okom sa nazýva „konvenčná zrková vzdialenosť“ a je stanovená $l_0 = 25$ cm. Čítanie textu z tejto vzdialenosti oči neunavuje.

- Určte vzdialenosť a_4 pozorovaného predmetu od šošovky Š1, aby študenti pozorovali okom priloženým tesne k šošovke Š2 obraz predmetu vo vzdialenosti $l_0 = 25$ cm. Zostrojte schému optickej sústavy a vyznačte chod lúčov v tomto prípade (pri kreslení dodržujte zadané a vypočítané hodnoty).
- Určte zväčšenie $z_2 = y_2/y_1$ zobrazenia podľa časti d) a výsledok určený výpočtom porovnajte z výsledkom získaným z grafickej schémy.

5. Reálny rezistor

V elektrických obvodoch sa používajú súčiastky, ktoré často považujeme za ideálne, tzn. rezistory, kapacitory a indukory. V skutočnosti sa reálne súčiastky správajú komplikovanejšie. V tejto úlohe sa budete zaoberať reálnym rezistorom. Rezistory sú drôtové (odporový drôt), tenkovrstvové (na keramickom teliesku je nanosená tenká vrstva kovu s vysokou rezistivitou), objemové (valček z vodivej keramiky s vysokou rezistivitou), a pod. Drôtový rezistor je vhodný pri aplikáciách v obvodoch konštantného alebo nízkofrekvenčného prúdu. V obvodoch vysokofrekvenčného prúdu sa však významne prejaví indukčnosť rezistora, ktorá môže jeho funkciu výrazne ovplyvniť. Jednoduchá náhradná schéma reálneho rezistora je sériové spojenie ideálneho rezistora s odporom R a ideálneho indukora s indukčnosťou L . Kvalitu reálneho rezistora, pre uhlovú frekvenciu ω prúdu, opisuje faktor kvality $Q = \tan \delta = R / \omega L$.

Vašou úlohou je určiť faktor kvality Q rezistora z výsledkov merania v zapojení podľa schémy na obr. A–4. K rezistoru RL so svorkami A, B pripojíme do série kapacitor s kapacitou $C = 20 \text{ nF}$ a svorkami B, C. Po pripojení zdroja napätia s frekvenciou $f = 100 \text{ kHz}$ ku svorkám A, C prechádza obvodom elektrický prúd I . Voltmeter s veľmi veľkým vnútorným odporom pripojíme postupne k dvojiciam svoriek AB, BC, AC a určíme efektívne napätia $U_{AC} = 6,00 \text{ V}$, $U_{BC} = 3,92 \text{ V}$ a $U_{AB} = 4,95 \text{ V}$.



Obr. A–4

- Zostrojte čo najpresnejšie fázový diagram obvodu pre dané hodnoty napätí (diagram urobte dostatočne veľký, aby sa z neho dali odčítať hodnoty s dostatočnou presnosťou).
- Vyjadrite hodnoty R a L pomocou nameraných napätí U_{AB} , U_{BC} a U_{AC} a určte faktor kvality Q pre danú frekvenciu.
- Určte efektívnu hodnotu prúdu I zdroja a fázový rozdiel φ medzi napätím a prúdom zdroja.
- Určte hodnoty U_R/U_{AC} a U_L/U_{AC} a porovnajte ich s hodnotami získanými z fázorového diagramu.
- Určte činný výkon P zdroja napätia.

6. Plutóniový zdroj energie

V plánoch na zdolávanie veľkých kozmických vzdialeností k vzdialeným planétam alebo k hviezdám sa skúmajú aj možnosti efektívnych zdrojov energie pre činnosť zariadení kozmických plavidiel. Hlavným problémom je mať k dispozícii palivo, ktoré by poskytlo dostatočnú energiu na pohon zariadenia na dlhý čas. Z reálnych možností sa uvažuje s využitím jadrového paliva, ktoré už dnes na Zemi poskytuje značnú energiu pri minimálnej hmotnosti.

Jednou z možností, s ktorou sa uvažuje, je využitie plutónia ${}^{238}_{94}\text{Pu}$.

- Uved'te, od čoho závisí stabilita atómového jadra a ktoré najťažšie jadro je ešte stabilné. Ktorú látku s najťažším jadrom možno vo väčšej miere nájsť v prírode a ktorý prvok má v súčasnosti najťažšie jadro.
- Nestabilné jadrá sa samovoľne premieňajú na stabilnejšie. Opíšte premeny α , β^- , β^+ a K–záchyt, napíšte príslušné rovnice, uveďte kedy sa uplatňujú. Pre každú premenu uveďte príklad.
- Vysvetlite podstatu hmotnostného úbytku a vypočítajte hmotnostný úbytok pre ${}^{238}_{94}\text{Pu}$. Pri opise nukleárnych častíc sa používa jednotka GeV/c^2 . Uveďte, akú hmotnosť v kg predstavuje jednotka GeV/c^2 a v týchto jednotkách uveďte hmotnostný úbytok ${}^{238}_{94}\text{Pu}$. Určte väzbovú energiu E_{v1} jadra (v MeV) pripadajúcu na jeden nukleón jadra.
- Jadro plutónia ${}^{238}_{94}\text{Pu}$ je nestabilné a premieňa sa na jadro s menším atómovým číslom α –premenou. Napíšte rovnicu α –premeny jadra ${}^{238}_{94}\text{Pu}$. S použitím hmotnostného úbytku jadier určte kinetickú energiu α –častice, ktorá sa pri premene z jadra uvoľní. Dokážte, že k premene jadra nemôže dochádzať emisiou deuterónu ${}^2_1\text{D}$.

- e) Polčas α -premeny jadra ${}^{238}_{94}\text{Pu}$ je $T = 87,84$ roka. Určte začiatkový výkon P_0 palivového článku, ktorý obsahuje $n = 1$ mol izotopu ${}^{238}_{94}\text{Pu}$.
- f) Určte čas t_1 , za ktorý poklesne výkon palivového článku na $p_1 = 10\%$ začiatkovej hodnoty. Nasledujúce jadrové premeny produktov neuvažujte.

Odporúčame využiť informácie na: <http://www.periodictable.com/Elements/094/data.html>, kde možno voliť jednotlivé prvky a vyhľadávať hodnoty potrebných veličín. V časti Nuclear Properties využite veličinu úbytok hmotnosti (Mass Axcess), ktorá vyjadruje rozdiel Δm hmotnosti všetkých voľných nukleónov, z ktorých sa jadro skladá, a skutočnej hmotnosti jadra.

Hodnoty konštánt potrebných pre výpočet vyhľadajte v dostupných zdrojoch. Keďže ide o veľmi malé rozdiely vo výpočtoch, treba zistiť hodnoty potrebných veličín na čo najväčší počet platných číslic (minimálne 6).

7. Tepelné vyžarovanie telies – experimentálna úloha

Tepelné vyžarovanie telies sa uplatňuje v mnohých prírodných a technických javoch. Horúce telesá sa vyžarovaním ochladzujú a studené zohrievajú. Tepelné vyžarovanie povrchu ľudského tela sa využíva v lekárskej termografii, na princípe detekcie žiarenia z povrchu tela fungujú bezkontaktné teploměry. Tepelným žiarením sa zbavuje Slnko energie generovanej v jeho jadre a tým istým žiarením sa zohrievajú planéty Slnčnej sústavy, okrem iných Zem.

Stefanov–Boltzmannov zákon tepelného vyžarovania overíte nasledujúcim experimentom.

Teória:

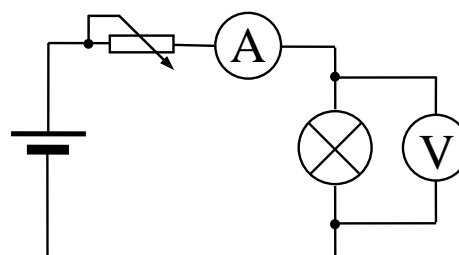
Vlákno žiarovky sa približne správa ako čierne teleso, intenzita vyžarovania vlákna je určená Stefanovým-Boltzmannovým zákonom $H_e = \frac{\Phi_e}{S} = \sigma T^4$, kde $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ je Stefanova –

Boltzmannova konštanta. Žiarivý tok Φ_e vlákna žiarovky je prakticky rovnaký ako jej elektrický príkon $P = UI$. Predpokladajte, že závislosť odporu vlákna žiarovky od teploty je približne lineárna a môžete ju vyjadriť vzťahom $R = R_0 (1 + \alpha \Delta t)$, kde R_0 je odpor pri vzťažnej teplote t_0 , $\Delta t = t - t_0$ je zmena teploty a α teplotný súčiniteľ odporu vlákna. Ak zvolíme za vzťažnú teplotu t_0 teplotu miestnosti, má wolframový drôt, z ktorého je vyrobené vlákno žiarovky, teplotný súčiniteľ odporu $\alpha = 4,4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Úlohy:

V úlohe použite malú žiarovku s volfrámovým vláknom s odporúčanými menovitými hodnotami napätia a prúdu $U_n = 24 \text{ V}$, $I_n = 0,1 \text{ A}$, ktorá sa dá získať v predajniach elektrotechnických súčiastok. Použite regulovaný laboratórny zdroj konštantného napätia s rozsahom do maximálneho napätia žiarovky, ale nie viac ako napätie 24 V , ktoré sa definuje ako bezpečné. V prípade zdroja vyššieho napätia, resp. pri použití žiarovky na vyššie napätie, vykonajte experiment iba pod dozorom učiteľa.

a) V zapojení obvodu podľa obr. A–5 merajte závislosť prúdu, ktorý prechádza žiarovkou, od pripojeného napätia. Namerané hodnoty napätia U a prúdu I zaznamenajte do tabuľky. Z výsledkov meraní určte, ako sa mení s narastajúcim napätím príkon žiarovky a odpor jej vlákna a údaje doplňte do tabuľky.



Obr. A–5

b) Zostrojte graf závislosti odporu R žiarovky od napätia U . Z grafu stanovte odpor vlákna pri nulovom napätí, pri ktorom je teplota vlákna rovná teplote miestnosti, a pri maximálnom napätí, kedy žiarovka svieti. Hodnoty odporu porovnajte.

c) Pre jednotlivé hodnoty napätia U určte teplotu T vlákna pomocou teplotnej závislosti odporu, údaje doplňte do tabuľky. Zostrojte graf pomeru $\frac{P}{T^4}$ ako funkciu teploty t . Určte teplotu t_k , od ktorej je pomer konštantný a vysvetlite priebeh funkcie pre teploty $t < t_k$. Prečo pre $T = T_0$ je príkon $P = 0$?

60. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie A

Autori návrhov úloh:

Recenzia a úprava úloh a riešení:

Redakcia:

Vydal:

Eubomír Konrád 1, 6, Dušan Nemeč 3, Ivo Čáp 2, 4, 5, 7

Daniel Klivanec, Eubomír Mucha

Ivo Čáp

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018