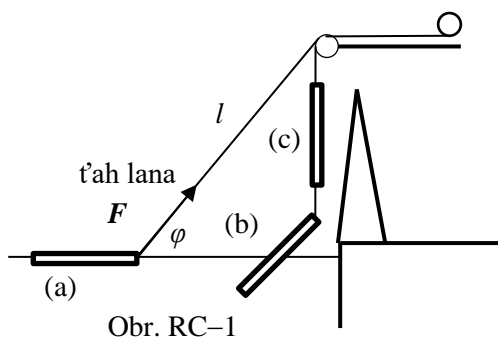


60. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2018/2019
kategória C – domáce kolo
Riešenie úloh

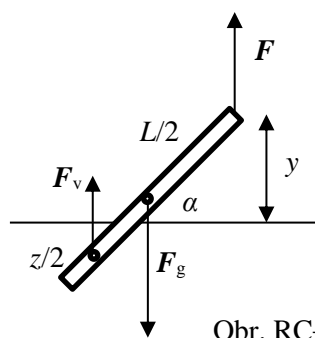
1. Ťahanie kmeňa stromu z vodnej nádrže

Riešenie:

- a) Lano sa napne a ťahá kmeň. Smer ťahu je naznačený na obr. RC–1 (a). Ak neuvažujeme odpor vody proti pohybu, vo vodorovnom smere pôsobí na kmeň iba vodorovná zložka ťahovej sily $F \cos \varphi$. Keďže zrýchlenie kmeňa je veľmi malé, je táto sila nulová, a teda celková sila F ťahu lana je nulová. Ak sa dostane upevnený koniec pod kladku žeriava, začne sa dvíhať, obr. RC–1 (b) a obr. RC–2. Postupne sa zväčšuje uhol α , ktorý kmeň zvierá s hladinou, až kým sa kmeň nepostaví kolmo na hladinu a stúpa v zvislom smere, obr. RC–1 (c). 1 b



Obr. RC–1



Obr. RC–2

Obrázky RC–1 a 2

1 b

- b) Dĺžka lana medzi bodom upevnenia ku kmeňu a kladkou žeriava $l = \sqrt{h^2 + x^2}$. Pri navíjaní lana na bubon navijaka sa dĺžka l lana skracauje

$$l = \sqrt{h^2 + a^2} - 2\pi N r t, \quad (1)$$

odkiaľ máme

$$x = \sqrt{\left(\sqrt{h^2 + a^2} - 2\pi N r t\right)^2 - h^2}. \quad 0,5 \text{ b}$$

Graf funkcie $x(t)$ je na obr. RC–3.

Zo vzťahu (1), pre $x = 0$, určíme čas

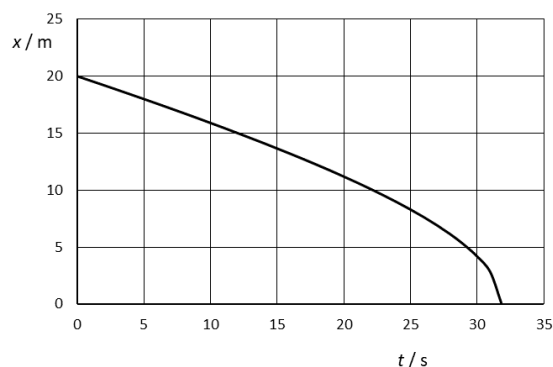
$$t_1 = \frac{\sqrt{h^2 + a^2} - h}{2\pi N r}.$$

Pre dané hodnoty $t_1 \approx 32 \text{ s}$.

1 b

Obrázok RC–3

1 b



Obr. RC–3

- c) Ak je pohyb kmeňa veľmi pomalý, je v každom okamihu kmeň v statickej rovnováhe, platí rovnováha síl v zvislom smere a rovnováha momentov síl. Na kmeň pôsobia tri sily: tiažová $F_g = m g$, vztlaková $F_v = -\frac{m}{\rho} \frac{z}{L} \rho_v g$ a sila F ťahu lana, obr. RC–2, kde z je dĺžka ponorenej časti kmeňa.

Podmienky rovnováhy síl a momentov síl vzhľadom na ťahaný koniec kmeňa sú

$$m g - m \frac{\rho_v}{\rho} \frac{z}{L} g - F = 0 \quad (2)$$

$$m g \frac{L}{2} \cos \alpha - m g \frac{\rho_v}{\rho} \frac{z}{L} \left(L - \frac{z}{2} \right) \cos \alpha = 0 . \quad (3)$$

Uhol α je daný vzťahom $\sin \alpha = y / (L - z)$, pričom $y = 2 \pi N r (t - t_1)$

Dĺžku z určíme z rovnice (3)

$$p^2 - 2 p + \frac{\rho}{\rho_v} = 0, \text{ kde } p = \frac{z}{L} . \quad 0,5 \text{ b}$$

Riešenie je $p = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_v}} < 1$, pričom vyhovuje iba znamienko mínus, lebo $p < 1$.

$$\sin \alpha = \frac{y}{L - z} = \frac{2 \pi N r (t - t_1)}{L \sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_v}}} . \quad 1 \text{ b}$$

Kmeň zaujme zvislý smer pre $\alpha = \pi/2$ rad, tzn. $\sin \alpha = 1$. Odtiaľ

$$t_2 = t_1 + \frac{L}{2 \pi N r} \sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_v}} . \text{ Pre dané hodnoty } t_2 \approx 49 \text{ s.} \quad 0,5 \text{ b}$$

V okamihu t_2 je

$$y_2 = 2 \pi N r (t_2 - t_1) = L \sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_v}} . \text{ Pre dané hodnoty } y_2 \approx 5,5 \text{ m.} \quad 0,5 \text{ b}$$

Pre úplné vynorenie platí

$$L = 2 \pi N r (t_3 - t_1), \text{ odkiaľ } t_3 = t_1 + \frac{L}{2 \pi N r} . \text{ Pre dané hodnoty } t_3 \approx 64 \text{ s.} \quad 0,5 \text{ b}$$

d) Ako už bolo povedané v časti a), $F = 0$ pre $0 < t < t_1$.

Ak sa začne koniec kmeňa dvíhať nad hladinu, vyjadríme veľkosť sily F zo vzťahu (2)

$$F = m g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho} \frac{z}{L} \right) = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 L \rho_v g \left[1 - \sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_v}} \right] \sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_v}} .$$

Veľkosť sily $F = F_2$ nezávisí od výšky y .

Pre dané hodnoty $F_2 \approx 1,7$ kN pre $t_1 < t < t_2$. 0,5 b

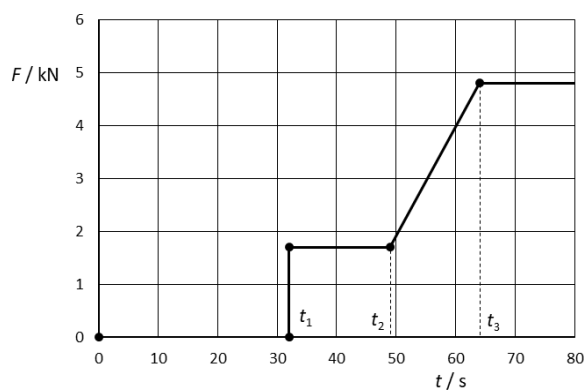
Pri ďalšom vynáraní sa znižuje vztlaková sila, sila F sa zväčšuje až po hodnotu $F = F_3 = m g$ pri úplnom vynorení ($z = 0$).

Pre dané hodnoty $F_3 \approx 4,8$ kN pre $t > t_3$. 0,5 b

V intervale $t_2 < t < t_3$ sila rastie z hodnoty F_2 na hodnotu F_3 lineárne

$$F = \frac{F_3 - F_2}{t_3 - t_2} (t - t_2) . \quad 0,5 \text{ b}$$

Graf funkcie $F(t)$ je na obr. RC-4.



Obr. RC-4

1 b

2. Pulzar v Krabej hmlovine

Riešenie:

- a) Svetelný rok 1 ly (dráha ktorú prejde svetlo vo vákuu za Juliánsky rok = 365,25 d)

Pre rýchlosť svetla vo vákuu $c = 2,997\,924\,58\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ máme

$$1\text{ ly} = 9\,460\,730\,472\,580\,800\text{ m} \approx 9,461 \times 10^{15}\text{ m}. \quad 0,5\text{ b}$$

Astronomická jednotka (približne stredná vzdialenosť Zem–Slnko)

$$1\text{ au} = 149\,597\,870\,700\text{ m} \approx 1,496 \times 10^{11}\text{ m}. \quad 0,5\text{ b}$$

Parsek (paralaxa uhlovej sekundy – vzdialenosť, z ktorej je vidieť 1 au pod uhlom 1")

$$1\text{ pc} = 1\text{ AU} \times \frac{360^\circ}{2\pi} \times \frac{3600''}{1^\circ} = 3,085\,678 \times 10^{16}\text{ m} \approx 3,2616\text{ ly}. \quad 0,5\text{ b}$$

$$\text{Vzdialenosť Krabieho pulzaru } d \approx 2\,200\text{ pc} \approx 7\,176\text{ ly}. \quad 0,5\text{ b}$$

Prideliť body aj za výsledky vypočítané správne na tri platné číslice.

- b) Hustota neutrónu $\rho_n = \frac{3m_n}{4\pi r_n^3} = 7,79 \times 10^{17}\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. 2 b

$$\text{Pomer hustôt neutrónu a vody } \frac{\rho_n}{\rho_v} \approx 7,79 \times 10^{14}. \quad 0,5\text{ b}$$

- c) Priemer guľôčky neutrónovej hmoty $D_n = 2\sqrt[3]{\frac{3m_n}{4\pi\rho_n}} \approx 0,134\text{ mm}$ (nepatrné zrnko). 2 b

$$\text{Hmotnosť Krabieho pulzaru } M_K = \frac{4}{3}\pi R_K^3 \rho_n \approx 3,26 \times 10^{30}\text{ kg} \approx 1,63 M_S. \quad 1\text{ b}$$

Táto hmotnosť zodpovedá podmienke vzniku neutrónovej hviezdy.

- d) Neutrónová hviezda má maximálnu hustotu, a preto sa jej rozmer naďalej nemení. Nedochádza ani k emisii neutrónov, a tak sa nemení ani hmotnosť hviezdy. Energia hviezdy má zložku mechanickú v dôsledku rotácie a vnútornú spojenú s vysokou teplotou.

Výkon žiarenia spojený so spomaľovaním rotácie

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{2} I \frac{d\omega^2}{dt} = \frac{1}{2} I \frac{4\pi^2}{T^2} \left[1 - \left(1 - \frac{\Delta T}{T} \right)^{-2} \right] \approx \frac{4\pi^2 I}{T^3} \frac{\Delta T}{\Delta t}, \quad 2\text{ b}$$

kde $I = \frac{2}{5} M_K R_K^2$ je moment zotrvačnosti homogénnej guľe.

$$\text{Pre } \frac{\Delta T}{T} \ll 1 \text{ použijeme približný vzťah } \left(1 - \frac{\Delta T}{T} \right)^{-2} \approx 1 + 2 \frac{\Delta T}{T}.$$

Pre dané a vypočítané hodnoty $I \approx 1,30 \times 10^{38}\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $P \approx 6,0 \times 10^{31}\text{ W}$

$$\text{Porovnanie s výkonom Slnka } \frac{P_K}{P_S} \approx 1,6 \times 10^5. \quad 0,5\text{ b}$$

Z výsledku vidíme, že vyžarovaný výkon je viac ako 100 tis. krát väčší ako výkon Slnka, čoho dôsledkom je aj to, že záblesky žiarenia sú pozorovateľné na Zemi vzdialenej vyše 7 tis. ly.

3. Zaváranie ovocia

Riešenie:

- a) Absolútna vlhkosť vzduchu $\Phi = \frac{m}{V}$, kde m je hmotnosť vody vo vzduchu a V objem vzduchu.

Absolútna vlhkosť sa môže zväčšovať až po maximálnu hodnotu Φ_{nas} pre nasýtenú paru. Parciálny tlak nasýtenej vodnej pary závisí od teploty podľa funkcie znázornenej na obr. C-1.

Relatívna vlhkosť $\varphi = \frac{\Phi}{\Phi_{\text{nas}}}$ je pomer absolútnej vlhkosti vzduchu a absolútnej vlhkosti nasýtenej pary pri danej teplote.

Koncentrácia kyslíka v suchom vzduchu $k_0 \approx 21\%$ (0,21), parciálny tlak kyslíka pri tlaku vzduchu $p_0 = 101$ kPa je $p_{O_2} = k_0 p_0 \approx 21,2$ kPa. 1 b

Ak je v prostredí 100 % relatívna vlhkosť pri tlaku 101 kPa a teplote 100 °C (teplota varu vody pri normálnom tlaku), nachádza sa v prostredí čistá nasýtená vodná para a žiadny vzduch, tzn. žiadny kyslík. Človek by sa v takom prostredí zadusil nedostatkom kyslíka, ale aj zahynul pôsobením horúcej pary. 1 b

- b) V pohári je vzduch s objemom $V = (1-\nu) V_0 \approx 0,035$ l a tlakom $p_0 = 101$ kPa. Z grafu na obr. C-1, resp. odporúčanej tabuľky, určíme tlak $p_{n1} \approx 2,34$ kPa nasýtenej vodnej pary pri teplote $t_1 = 20$ °C. Pri relatívnej vlhkosti $\varphi_1 = 0,4$ je parciálny tlak vodnej pary $p_{H1} = \varphi_1 p_{n1} \approx 0,936$ kPa a parciálny tlak suchého vzduchu $p_{v1} = p_0 - p_{H1} \approx 100$ kPa. Parciálny tlak kyslíka $p_{O1} = k_0 p_{v1} \approx 21$ kPa.

Zo stavovej rovnice ideálneho plynu (kyslíka) dostávame

$$n_1 = \frac{p_{O1} V}{RT_1} = \frac{k_0 (p_0 - \varphi_1 p_{n1}) (1-\nu) V_0}{R(T_0 + t_1)}, \quad 1 \text{ b}$$

kde $T_0 = 273,15$ K (zodp. 0 °C) a $R = 8,314$ J·K⁻¹·mol⁻¹.

Pre dané hodnoty $n_1 \approx 3,0 \times 10^{-4}$ mol. 1 b

- c) Pri zohriatí na teplotu t_2 sa postupne voda zo sirupu vyparuje, až sa vytvorí rovnovážny stav, pri ktorom sa para nad hladinou nasýti, tzn. nadobudne 100 % relatívnu vlhkosť. Z grafu na obr. C-1, resp. tabuľky, určíme tlak nasýtenej pary $p_{n2} = 57,8$ kPa pri teplote $t_2 = 85$ °C. Časť pôvodného vzduchu sa pod viečkom vytlačí z pohára a parciálny tlak suchého vzduchu vo vlhkom vzduchu v pohári je potom $p_{v2} = p_0 - p_{n2} \approx 43,2$ kPa. Parciálny tlak kyslíka $p_{O2} = k_0 p_{v2} \approx 9,07$ kPa a látkové množstvo kyslíka

$$n_2 = \frac{p_{O2} V}{RT_2} = \frac{k_0 (p_0 - p_{n2}) (1-\nu) V_0}{R(T_0 + t_2)}. \quad 1 \text{ b}$$

Pre dané hodnoty $n_2 \approx 1,1 \times 10^{-4}$ mol. 0,5 b

Pomer $n_2/n_1 \approx 0,37$. 0,5 b

Množstvo kyslíka v pohári výrazne poklesne, tzn. prípadná oxidácia kompótu sa obmedzí.

- d) Pri ochladzovaní časť pary kondenzuje, pričom parciálny tlak vodnej pary sa vráti na hodnotu p_{n1} . Tlak suchého vzduchu pri ochladzovaní klesá podľa stavovej rovnice

$$p_{v3} = p_{v2} \frac{T_1}{T_2} = (p_0 - p_{n2}) \frac{T_0 + t_1}{T_0 + t_2}, \quad p_{v3} \approx 35,4 \text{ kPa.} \quad 1,5 \text{ b}$$

Výsledný tlak vzduchu v pohári $p_3 = p_{n1} + p_{v3}$.

Pre dané hodnoty $p_3 \approx 37,7$ kPa. 0,5 b

Na viečko pôsobí tlaková sila $F = S(p_0 - p_3)$, ktorá pritláča viečko k okraju pohára. Táto sila spôsobuje silu trenia $F_t = fF$ rozloženú po obvode pohára. Proti otočeniu viečka pri otváraní pôsobí moment sily

$$M = F_t \frac{d}{2} = f F \frac{d}{2} = f \frac{\pi d^2}{4} (p_0 - p_3) \frac{d}{2} = f \frac{\pi d^3}{8} (p_0 - p_3) . \quad 1,5 \text{ b}$$

Pre dané hodnoty $M \approx 11,4 \text{ N}\cdot\text{m}$. 0,5 b

Tomu zodpovedá obvodová sila $fF \approx 274 \text{ N}$, ktorú treba pri otváraní prekonať. Aby sa táto sila znížila, treba pod viečko zasunúť ostrý predmet (nôž, mincu a pod.), aby sa viečko nadvihlo a tlak pod viečkom sa vyrovnal s tlakom p_0 .

4. Krúpy

Riešenie:

- a) Pri ustálenom pohybe je v rovnováhe tiažová sila pôsobiaca na krúpu s aerodynamickou odporovou silou

$$mg = \frac{1}{2} C_g S \rho_{vz} v_k^2, \quad (1)$$

kde C_g je koeficient aerodynamického odporu gule, ρ_{vz} hustota vzduchu, v veľkosť rýchlosti ustáleného pohybu krúpy a $S = \pi r^2$ obsah priečneho rezu gule.

Hmotnosť m krúpy $m = \rho_0 V = \rho_0 \frac{4}{3} \pi r^3$.

Po dosadení do rovnice (1) máme

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g = \frac{1}{2} C_g \pi r^2 \rho_{vz} v_k^2, \quad 1 \text{ b}$$

odkiaľ pre rýchlosť v_k pádu krúpy dostávame

$$v_k = \sqrt{\frac{8 r \rho_0 g}{3 C_g \rho_{vz}}}. \quad (2)$$

Pre dané hodnoty $v_k \approx 19,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \approx 70,2 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. 1 b

- b) Práca, ktorú vykoná nebezpečná krúpa s polomerom R_0 pri dopade, je rovná zmene jej kinetickej energie

$$E = \frac{1}{2} m v_k^2 = \frac{16 \pi r^4 \rho_0^2 g}{9 C_g \rho_{vz}}. \text{ Pre dané hodnoty } E_0 \approx 0,72 \text{ J}.$$

Polomer nebezpečnej krúpy

$$r_m = \sqrt[4]{\frac{9 C_g \rho_{vz} E_0}{16 \pi \rho_0^2 g}}. \text{ Pre dané hodnoty } r_m \approx 3,3 \text{ cm}. \quad 1 \text{ b}$$

To znamená, že krúpy spomínané v regionálnych správach by ešte človeku smrteľné zranenie spôsobiť nemuseli, ale aj napriek tomu je lepšie sa krúpam vyhnúť a v prípade krupobitia radšej sa schovať na nejakom bezpečnom mieste.

- c) Ak budeme predpokladať, že rekordná krúpa mala tvar rotačného telesa so zvislou osou, je jej priečny rez kruh s obvodom o . Z obvodu určíme jeho polomer $r_r = o/(2\pi) \approx 7,0 \text{ cm}$ (tvarom sa veľmi nelíši od gule – dĺžka 15 cm, priečny priemer 14 cm). Pomocou tohto polomeru a uvedenej rýchlosti pádu v_r určíme koeficient aerodynamického odporu C_t tejto krúpy podľa (2)

$$C_t = \frac{8 \rho_0 g}{6 \pi \rho_{vz} v_m^2}. \text{ Pre dané hodnoty } C_t \approx 0,69. \quad 1 \text{ b}$$

d) Najprv určíme zrýchlenie a_t pohybu krúpy v čase t

$$a_t = \frac{F}{m} = g - \frac{1}{2} \frac{C_g S \rho_{vz}}{m} v_t^2, \text{ kde } a_t \text{ a } v_t \text{ sú hodnoty veličín v čase } t. \quad 1 \text{ b}$$

Za veľmi krátky čas Δt rýchlosť krúpy v čase $t + \Delta t$

$$v_{t+\Delta t} = v_t + a_t \Delta t \quad (3) \quad 1 \text{ b}$$

$$\text{a zrýchlenie } a_{t+\Delta t} = g - \frac{1}{2} \frac{C_g S \rho_{vz}}{m} v_{t+\Delta t}^2 = (9,8 - 2,58 \times 10^{-2} v_{t+\Delta t}^2) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad (4)$$

Zostavíme tabuľku so štyrmi stĺpcami: t , v_t , a_t a relatívnu odchýlku rýchlosti $(v_m - v)/v_m$ so začiatočnými hodnotami $t = 0$, $v_0 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a $a_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Potom do každého ďalšieho riadku doplníme hodnoty podľa (3) a (4).

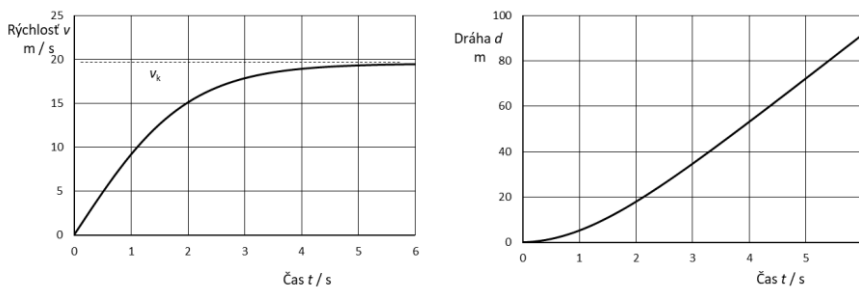
Do piateho stĺpca doplníme hodnoty dráhy $d_{t+\Delta t} = d_t + v_t \Delta t$.

Na výpočty použijeme tabuľkový procesor EXCEL, ktorý zároveň umožňuje zostrojiť požadované grafy.

Z numerického výpočtu pre $\Delta t = 0,1 \text{ s}$ dostávame výsledky:

čas na dosiahnutie rýchlosti $0,99 v_k$ je $t_1 \approx 5,1 \text{ s}$. Za tento čas prejde krúpa dráhu $d_1 \approx 74 \text{ m}$.

2 b



Obr. RC-5
grafy 2 b

5. Teplota plynu

Riešenie:

a) Tlak vzduchu uzavretého pod piestom vo valci $p_0 = p_a + \frac{M g}{S}$, kde $S = \frac{\pi d^2}{4}$ je obsah plochy piestu.

Stavová rovnica plynu $p_0 S h_0 = \frac{m}{M_m} R T_0$, odkiaľ máme

$$m = \frac{M_m h_0}{R T_0} \left(\frac{\pi d^2}{4} p_a + M g \right). \text{ Pre dané hodnoty } m \approx 3,5 \text{ g}. \quad 1 \text{ b}$$

Náčrtok

1 b

b) Zmena stavu vzduchu je izobarická, lebo zaťaženie piestu sa nemení. Pri zohrievaní sa zvýši teplota vzduchu vo valci z T_0 na T_1 a objem z $V_0 = S h_0$ na $V_1 = S (h_0 + \Delta h)$, pričom platí

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_0 + S \Delta h}{T_1}, \text{ resp. } T_1 = T_0 \left(1 + \frac{\Delta h}{h_0} \right).$$

Teplo prijaté vzduchom vo valci

$$Q = C_p (T_1 - T_0) ,$$

kde $C_p = n C_{pm} = n \frac{s+2}{2} R$ je tepelná kapacita plynu pri konštantnom tlaku, $s = 5$ je počet stupňov voľnosti dvojátomovej molekuly. Po dosadení

$$Q = \frac{s+2}{2} n R (T_1 - T_0) = \frac{s+2}{2} p (V_1 - V_0) = \frac{s+2}{2} \left(p_a \frac{\pi d^2}{4} + M g \right) \Delta h . \quad 3 \text{ b}$$

Pre dané hodnoty $Q \approx 346 \text{ J}$. 1 b

c) Práca vykonaná plynom je vyjadrená vzťahom $W = p (V_1 - V_0)$.

Účinnosť je potom

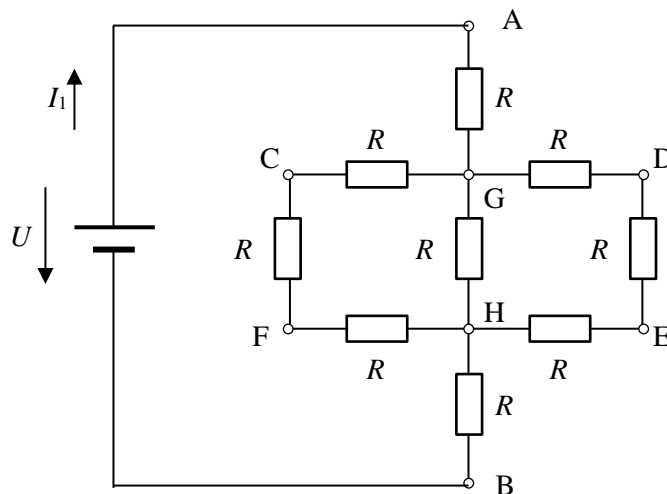
$$\eta = \frac{W}{Q} = \frac{p \Delta V}{\frac{s+2}{2} p \Delta V} = \frac{2}{s+2} . \quad 3 \text{ b}$$

Pre vzduch $\eta = 0,29$. 1 b

6. Rezistory

Riešenie:

a) Schéma zapojenia je na obr. RC-6 1 b



Obr. RC-6

V tomto prípade sú trojice rezistorov vpravo a vľavo od uzlov G, H s odporom $3R$ spojené paralelne s rezistorom medzi uzlami G, H s odporom R , obr. RC-6. Celkový odpor medzi uzlami G a H

$$\frac{1}{R_{GH}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{3R} = \frac{5}{3R}, \text{ resp. } R_{GH} = \frac{3}{5} R .$$

Celkový odpor medzi uzlami A, B

$$R_{AB} = 2R + \frac{3}{5} R = \frac{13}{5} R .$$

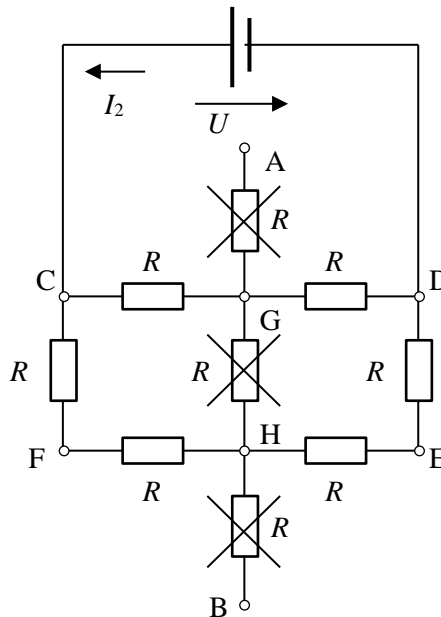
$$\text{Výkon zdroja } P = U I_1 = \frac{U^2}{R_{AB}} .$$

Odpor jednotlivých rezistorov $R = \frac{5}{13} \frac{U^2}{P}$. Pre dané hodnoty $R = 10 \Omega$. 1 b

Prúd zdroja $I_1 = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{5}{13} \frac{U}{R}$. Pre dané hodnoty $I_1 = 0,50 \text{ A}$. 1 b

Napätie medzi uzlami G a H $U_1 = I_1 R_{GH} = \frac{3}{13} U$. Pre dané hodnoty $U_1 = 3,0 \text{ V}$. 1 b

b) Schéma zapojenia je na obr. RC-7. 1 b



Obr. RC-7

Ak zdroj pripojíme medzi uzly C a D, je obvod vzhľadom na zdroj symetrický podľa osi AB. Znamená to, že všetky uzly na osi symetrie majú rovnaký potenciál, a teda napätie $U_{GH} = U_2 = 0 \text{ V}$. 1 b

Rezistorom GH prechádza nulový prúd. Rezistory AG, GH, HB môžeme z obvodu vyňať a napätia medzi uzlami sa nezmenia, obr. RC-7.

Medzi uzlami DC sú dve paralelné vetvy, jedna CGD s odporom $2R$ a druhá CFHED s odporom $4R$. Pre odpor medzi uzlami D a G platí

$$\frac{1}{R_{DG}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{4R} = \frac{3}{4R}$$

Odpor medzi uzlami C, D $R_{DG} = \frac{4}{3} R$.

Prúd zdroja $I_2 = \frac{U}{R_{CD}} = \frac{3}{4} \frac{U}{R}$. Pre dané hodnoty

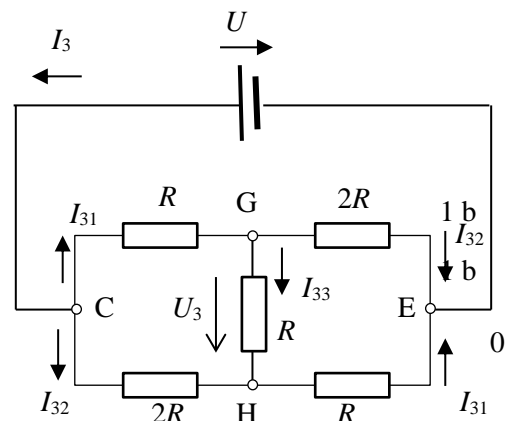
$I_2 \approx 0,98 \text{ A}$.

c) Obvod prekreslíme podľa obr. RC-8.

Možno použiť viacero metód riešenia.

Vetva CH predstavuje dvojicu rezistorov s odporom $2R$, podobne vetva GE.

Vzhľadom na symetriu vzhľadom na uhlopriečku obdĺžnika je prúd $I_{CG} = I_{31}$ rovnaký



Obr. RC-8

ako I_{HE} . Tiež $I_{CH} = I_{32} = I_{GE}$.

Pre obvod napíšeme rovnice

$$U = R I_{31} + 2R I_{32}$$

$$I_{31} = I_{32} + I_{33}$$

$$R I_{31} + R I_{33} = 2R I_{32}.$$

Z týchto rovníc určíme jednotlivé prúdy

$$I_{31} = \frac{3U}{7R}, I_{32} = \frac{2U}{7R}, I_{33} = \frac{U}{7R}.$$

Prúd zdroja $I_3 = I_{31} + I_{32} = \frac{5U}{7R}$. Pre dané hodnoty $I_3 \approx 0,93$ A. 1 b

Napätie medzi uzlami G a H $U_3 = R I_{33} = \frac{U}{7}$. Pre dané hodnoty $U_3 \approx 1,9$ V. 1 b

Pozn.: Pri riešení c) časti úlohy možno použiť transformáciu trojuholníka GHE na hviezdu a riešiť dva paralelné deliče napätia. Ďalšou možnosťou je použitie Théveninovej vety vzhľadom na uzly GH. Výsledky sú rovnaké.

7. Určenie ťažiska a momentu zotrvačnosti telesa

– experimentálna úloha

10 b

60. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie C

Autori návrhov úloh:

Ivo Čáp 1, 7, Lubomír Konrád 2, 4, 6, Dušan Nemeč 3,
Kamil Bystrický 5

Recenzia a úprava úloh a riešení:

Daniel Klivanec, Lubomír Mucha

Redakcia:

Ivo Čáp

Vydal:

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019