

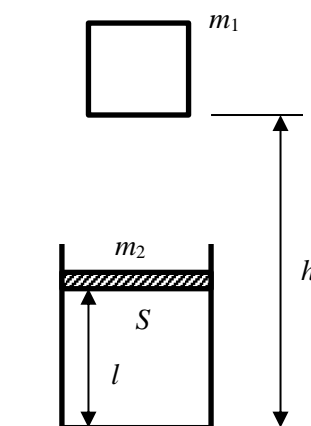
60. ročník Fyzikálnej olympiády v školskom roku 2018/2019 kategória A

Text úloh krajského kola

1. Odpružený dopad

Na tlmenie nárazu telesa pri dopade na podlahu sa používajú rôzne technické prostriedky, využívajúce väčšinou pružnosť podložky. Uvažujte nasledujúci model, obr. A–1.

Debnička s hmotnosťou $m_1 = 3,0$ kg padá z výšky $h = 30$ cm s nulovou začiatočnou rýchlosťou na vodorovnú podlahu. Na odpruženie dopadu je na podlahe položený valec so zvislou osou a piestom s hmotnosťou $m_2 = 1,6$ kg, obsahom povrchu $S = 120$ cm² a hrúbkou $b = 20$ mm. Výška vzduchového stĺpca pred dopadom debničky $l = 15$ cm. Pri dopade debničky pôsobí valec s piestom ako pneumatická pružina.



Obr. A–1

Náraz debničky na teleso piestu je dokonale nepružný, termodynamický dej v plyne vo valci je adiabatický. Začiatočná termodynamická teplota vzduchu vo valci $T_0 = 300$ K.

- Určte rýchlosť v_1 piestu krátko po dopade debničky.
- Určte maximálne posunutie x_m piestu zo začiatočnej polohy v zvislom smere po dopade debničky.
- Určte najvyššiu hodnotu T_m termodynamickej teploty vzduchu vo valci po dopade debničky na piest.

Atmosférický tlak $p_a = 101$ kPa, adiabatická konštanta vzduchu $\kappa = 1,4$; $g = 9,8$ m·s⁻². Trenie medzi piestom a valcom neuvažujte.

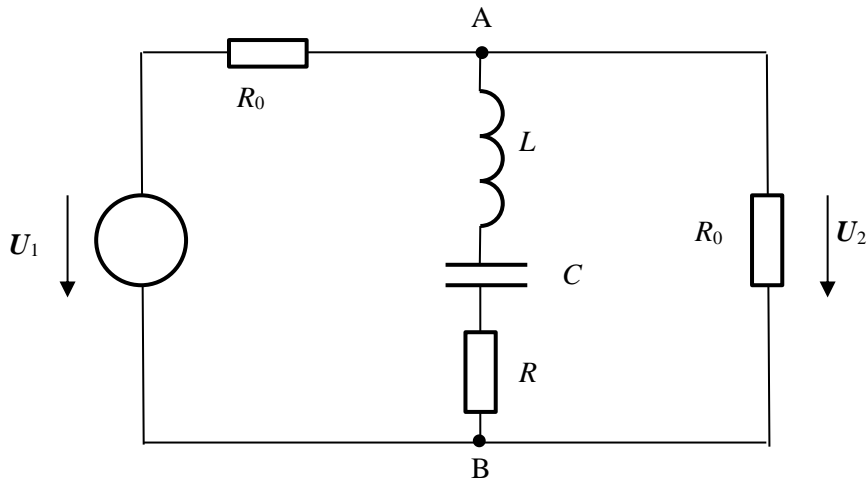
Predpokladajte, že výchylka piestu zo začiatočnej polohy $x \ll l$, tzn. možno s dostatočnou presnosťou použiť približný vzťah $(1 + x/l)^n \approx 1 + n x/l$.

2. Absorpčné spektrum svetla

Ak pozorujeme spektrum svetla Slnka, môžeme v ňom vidieť čierne absorpčné čiary. Podľa nich možno posudzovať vlastnosti prostredia, ktorým svetlo prechádza. Možno tak vyšetrovať napr. obsah skleníkových plynov v atmosfére a pod. Svetlo zo Slnka je biele, tzn. všetky vlnové dĺžky viditeľného svetla sú v ňom zastúpené rovnako. Výskyt absorpčnej čiary svedčí o tom, že niektoré molekuly príslušnú vlnovú dĺžku absorbujú, tzn. svetlo zachytávajú, iné rozptyľujú alebo menia jej energiu na teplo. Príčinou je, že molekuly predstavujú mechanické oscilátory, ktoré svetlo excituje.

Jednoduchú predstavu o absorpcii možno získať pomocou elektromechanickej analógie kmitov molekúl. Väzbu atómov molekuly s energiou $\frac{1}{2} k x^2$ nahradíme kondenzátorom a energiou $\frac{1}{2} C u^2$, kinetickú energiu kmitov $\frac{1}{2} m v^2$ indukčnou cievkou s energiou $\frac{1}{2} L i^2$ a straty s výkonom $r v^2$ rezistorom s príkonom $R i^2$.

Prenos svetla (elektromagnetického vlnenia) vrstvou absorpčnej látky modelujeme pomocou elektrického obvodu na obr. A-2.



Obr. A-2

U_1 je fázor napätia harmonického napäťového zdroja, R_0 odpor prostredia pred a za absorpčnou vrstvou, R, L, C (odpor, indukčnosť a kapacita) sú parametre elektrického modelu absorpčnej vrstvy.

Bez prítomnosti absorpčnej vrstvy je fázor napätia na výstupe $U_{20} = U_1/2$.

- Vyjadrite fázor $\Delta U_2 = U_2 - U_{20}$ zmeny napätia U_2 na výstupe v dôsledku prítomnosti absorpčnej vrstvy a určte jeho veľkosť ΔU_2 . Určte maximálnu hodnotu $\Delta U_{2 \max}$ veľkosti poklesu ΔU_2 výstupného napätia a frekvenciu f_0 , pri ktorej tento pokles nastane.
- Určte pomer p výkonu P_2 prechádzajúceho do záťaže pri frekvencii f_0 a výkonu P_{20} na záťaži bez prítomnosti absorpčnej vrstvy. Tento pomer zodpovedá poklesu intenzity svetla v absorpčnej čiare.
- Určte medzné frekvencie f_1 a f_2 , pre ktoré je relatívny pokles $\Delta U_2/\Delta U_{2 \max} = 1/\sqrt{2}$. Určte relatívnu šírku absorpčnej čiary $\Delta f/f_0$, kde $\Delta f = |f_1 - f_2|$ je šírka absorpčnej čiary.
- Príklad: Meraním absorpčnej čiary sme určili hodnoty $p = 0,30$; vlnová dĺžka spektrálnej čiary $\lambda_0 = 400$ nm, relatívna šírka spektrálnej čiary $\Delta\lambda/\lambda_0 = \Delta f/f_0 = 1,0 \times 10^{-4}$. Odpor prostredia $R_0 = 377 \Omega$.

Pre tieto hodnoty určte parametre R, L, C náhradného obvodu.

3. Mikroskop

Mikroskop je optické zariadenie, ktoré umožnilo pohľad do mikrosveta. Optický mikroskop umožnil napr. objav bunky alebo objav baktérií, elektrónový mikroskop zobrazuje nanoštruktúry a najmenšie mikroorganizmy, napr. vírusy. Za vynálezcu mikroskopu sa podľa historických prameňov uvádza Zacharias Jansen (Holandsko, 1590). Jansenov model potom zdokonaľovali Galileo Galilei, Anton van Leeuwenhoek, Robert Cook a ďalší. Výrobu mikroskopov začala až roku 1847 firma Carl Zeiss. Dnes poznáme celý rad moderných mikroskopov spojených s výpočtovou technikou.

Základný Jansenov mikroskop pozostával z dvoch spojených šošoviek umiestnených v trubici.

- Rozlišovacia schopnosť ľudského oka je približne $\varphi \approx 1'$ (uhlová minúta). Určte najmenšiu vzdialenosť δ dvoch bodov na rovinnom povrchu predmetu z konvenčnej zrakovej vzdialenosti $l = 25$ cm.
- Z dôvodu difrakcie svetla optický mikroskop umožňuje pozorovať detaily predmetov s rozmermi zodpovedajúcimi približne jednej polovici vlnovej dĺžky svetla. Určte minimálne zväčšenie z_m mikroskopu, pre ktoré je možné pozorovať okom vo svetle s vlnovou dĺžkou $\lambda = 500$ nm najjemnejšie detaily predmetu.
- Na zostavenie mikroskopu sú k dispozícii dve spojné šošovky: Š1 s ohniskovou vzdialenosťou $f_1 = 15$ mm a Š2 s ohniskovou vzdialenosťou $f_2 = 10$ cm. Zo šošoviek zostavte mikroskop s objektívom Š1 a okulárom Š2 tak, aby pozorovaný predmet umiestnený do predmetovej roviny objektívu sa pozoroval okom nachádzajúcim sa tesne za okulárom vo vzdialenosti $l = 25$ cm a $z = 50$ krát zväčšený. Nakreslite schému optickej sústavy, vyznačte v nej význačné rozmery a nakreslite charakteristické lúče dôležité pre konštrukciu obrazu. Opíšte postup kreslenia schémy. Určte vzájomnú vzdialenosť d šošoviek a vzdialenosť a predmetu od objektívu.
- Za okulár možno upevniť fotoaparát a obraz zachytiť pomocou vhodného pamäťového média (fotografický film alebo digitálna pamäť). Vysvetlite, prečo takýto spôsob zachytenia obrazu nie je vhodný pri pozorovaní priestorového (3D) predmetu, kedy vzniká neostrý obraz. Vysvetlenie doplňte vhodným nákresom. Prečo tento problém nevzniká pri pozorovaní priestorového predmetu okom?

4. Exotický atóm bária

V druhej polovici 20. storočia sa venovala pozornosť zvláštnym atómom, spoločne nazývaným exotické atómy. Vznikajú zamenou bežných častíc (elektróny a nukleóny) časticami, ako sú μ -mezóny, π -mezóny, rôzne antičastice, ako napr. pozitron. Výskum týchto atómov prináša nové poznatky o stavbe atómov a pôsobiacich v interakciách. Jedným z typov exotických atómov sú miónové atómy, v ktorých elektrón v elektrónovom obale je zamenený za mión (μ -mezón), ktorý má elektrické a magnetické vlastnosti rovnaké ako elektrón, ale má pokojovú hmotnosť 207krát väčšiu ako elektrón. Mión je leptón, a preto nepodlieha pôsobeniu jadrových síl a s jadrom atómu interaguje iba prostredníctvom elektrickej interakcie.

Uvažujme miónový atóm bária ${}^{138}_{56}\text{Ba}$, v ktorom je jeden elektrón nahradený miónom. Použite klasický Bohrov model atómu, v ktorom sa mión pohybuje po kružnici okolo jadra atómu. Keďže má hmotnosť $m = 207 m_e$, kde $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg je hmotnosť elektrónu, polomer trajektórie miónu je

výrazne menší ako polomery trajektórií elektrónov v elektrónovom obale. Elektrické pole elektrónov tak podstatne mión neovplyvňuje.

- a) Určte efektívny polomer R jadra atómu bária podľa vzťahu $R = R_0 A^{1/3}$, kde $R_0 = 1,20$ fm a $A = 138$ atómová hmotnosť.

Jadro si predstavte ako guľu v polomerom R a rovnomerne rozloženým elektrickým nábojom Ze , vo vnútri ktorej sa mión môže pohybovať voľne bez odporu. $Z = 56$ je protónové číslo a $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C elementárny náboj.

- b) Uveďte vzťah pre silu F , ktorá pôsobí na mión, ak sa nachádza vo vnútri jadra alebo mimo jadra. Pomocou Gaussovho zákona elektrostatiky dokážte, že sila F , ktorá pôsobí na mión vo vnútri jadra, rastie priamo úmerne so vzdialenosťou r od stredu jadra a klesá podľa funkcie $1/r^2$, ak sa mión nachádza mimo jadra. Určte smer sily F . Zostrojte graf funkcie $F = f(r)$ pre $r \geq 0$. Akú veľkosť $F(R)$ má sila F vo vzdialenosti $r = R$?
- c) Pre mión v atóme platí Bohrova kvantová podmienka pre moment hybnosti miónu vzhľadom na stred jeho kružnicovej trajektórie $L = n \hbar$, kde $n = 1, 2, 3, \dots$ je kvantové číslo a $\hbar = 1,05 \times 10^{-34}$ J·s je Diracova konštanta (redukovaná Planckova konštanta). Určte hodnoty r_1 a r_2 polomeru kružnicovej trajektórie miónu v stavoch $n = 1$ a $n = 2$ a uveďte, či sú tieto trajektórie vo vnútri jadra alebo mimo jadra.
- d) Určte obvodové rýchlosti v_1 a v_2 miónu v oboch stavoch, podľa časti c) úlohy, a vyjadrite ich v násobkoch rýchlosti $c = 3,00 \times 10^8$ m·s⁻¹ šírenia svetla vo vákuu. Ako sa zmenia hodnoty polomerov r_1 a r_2 , ak uvažíme relativistické hodnoty hmotnosti miónov pre rýchlosti v_1 a v_2 , a uveďte, aké sú hodnoty r_1 a r_2 , ak použijeme relativistické hodnoty hmotností. Posúďte, či je klasický výpočet polomerov trajektórií dostatočne presný (s odchýlkou do 5 %) na posúdenie stavu miónu v miónovom atóme.

Elektrická konštanta (permitivita vákuu) $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ F·m⁻¹, náboj miónu $q = -e$.

60. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy krajského kola kategórie A

Autor návrhov úloh:

Ivo Čáp

Recenzia a úprava úloh a riešení:

Daniel Klivanec, Eubomír Mucha

Redakcia:

Ivo Čáp

Vydal:

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019