

**60. ročník Fyzikálnej olympiády**  
v školskom roku 2018/2019  
kategória E  
riešenie úloh krajského kola

**1. Rozcvička športovca**

*Riešenie:*

- a) Pri vrhu gule športovec vykonal prácu

$$W_1 = E_{p2} - E_{p0},$$

kde  $E_{p2}$  je potenciálna energia gule vo výške  $h_2$  a  $E_{p0}$  potenciálna energia gule vo výške  $h_0$  vzhľadom na zem. Po dosadení zadaných veličín

$$W = m g (h_2 - h_0).$$

Pre dané hodnoty veličín  $W_1 \approx 140$  J.

1 b

- b) Športovec pôsobil na guľu stálou silou  $F$  po priamej trajektórii s dĺžkou  $h_1 - h_0$ . Sila  $F$  vykonal prácu rovnú zvýšeniu  $\Delta E_p$  jej potenciálnej energie medzi najvyšším a začiatočným bodom dráhy gule

$$F (h_1 - h_0) = \Delta E_p = m g (h_2 - h_0).$$

Z toho

$$F = m g (h_2 - h_0) / (h_1 - h_0).$$

Pre dané hodnoty veličín  $F \approx 351$  N.

2 b

- c) Kinetická energia gule pri jej pohybe zvisle nahor v jednotlivých výškach je

$h_0$ :  $E_{k0} = 0$  J (guľa je v pokoji)

$h_1$ :  $E_{k1} = E_{p2} - E_{p1} = m g (h_2 - h_1)$  alebo aj  $F (h_1 - h_0) = E_{k1} + (E_{p1} - E_{p0})$

a  $E_{k1} = F (h_1 - h_0) - E_{p1} + E_{p0} = (h_1 - h_0) (F - m g)$ .

Z obidvoch výsledkov pre dané hodnoty dostaneme  $E_{k1} \approx 112$  J.

$h_2$ :  $E_{k2} = 0$  J (v najvyššom bode trajektórie je guľa v pokoji).

2 b

- d) Kinetická energia gule pri pohybe gule zvisle dolu (pri voľnom páde z výšky  $h_2$ ) v jednotlivých výškach je

$h_1$ :  $E_{k1}' = E_{k1} = E_{p2} - E_{p1} = m g (h_2 - h_1)$ . Pre dané hodnoty  $E_{k1}' \approx 112$  J.

$h_0$ :  $E_{k0}' = E_{p2} - E_{p0} = m g (h_2 - h_0)$ . Pre dané hodnoty  $E_{k0}' \approx 140$  J.

$h = 0$  m – v okamihu pred dotykom so zemou  $E_k = E_{p2} = m g h_2$ .

Pre dané hodnoty veličín  $E_k \approx 245$  J.

3 b

- e) Guľa, na konci pádu, pri jej zaborení do zeme, vykonal prácu, ktorá je približne rovná jej kinetickej energii v okamihu pred dotykom so zemou, tzn.  $W \approx 245$  J.

2 b

## 2. Prázdňinové dobrodružstvo spolužiakov na plti

Riešenie:

- a) Objem jedného suda  $V = \pi r^2 v$ .

Pre dané hodnoty veličín  $V \approx 230 \times 10^3 \text{ cm}^3 = 0,23 \text{ m}^3 = 230 \text{ l}$ . 1 b

- b) Hmotnosť plechu, ktorý bol použitý na vyhotovenie jedného suda, ak sud považujeme za jednoduchý valec s rovnakou hrúbkou  $h$  plechu na podstavách i plášti,

$$m = (2 \pi r^2 + 2 \pi r v) h \rho_p = 2 \pi r (r + v) h \rho_p.$$

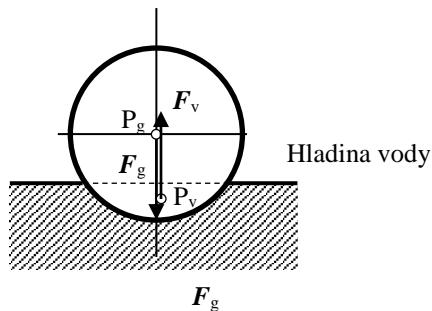
Z toho máme

$$\rho_p = \frac{m}{2 \pi r (r + v) h}. \text{ Pre dané hodnoty veličín } \rho_p \approx 8,3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3. \quad 2 \text{ b}$$

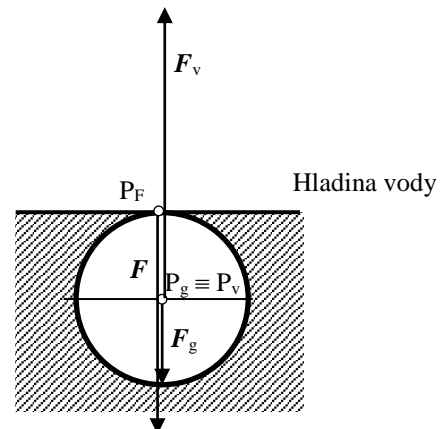
- c) Podľa Archimedovho zákona v rovnovážnom stave veľkosť  $F_g$  gravitačnej sily je rovná veľkosti  $F_v$  vztlačovej sily pôsobiacej na sud,  $F_g = F_v$ ,  $m g = V' \rho_v g$ .

Z toho  $V' = \frac{m}{\rho_v}$ . Pre dané hodnoty veličín  $V' \approx 0,021 \text{ m}^3 = 21 \text{ l}$ . 1 b

Obr. RE-1, označenie síl a pôsobísk 1 b



Obr. RE-1



Obr. RE-2

Gravitačná sila  $F_g$  má pôsobisko v ťažisku suda (stred  $P_g$ ). Pôsobisko vztlačovej sily je v ťažisku  $P_v$  ponorenej časti.

- d) Obr. RE-2, označenie síl a pôsobísk 1 b

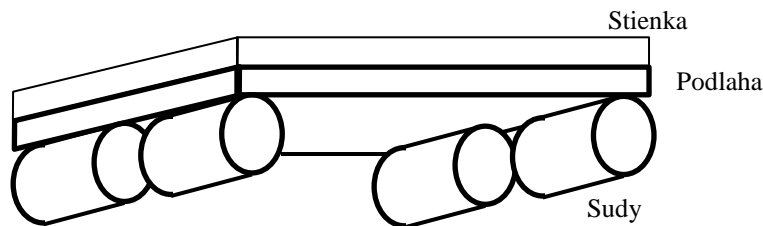
Pôsobisko gravitačnej sily  $F_g$  i vztlačovej (Archimedovej)  $F_v$  je v strede valca  $P_g \equiv P_v$ . Pôsobisko tlakovej sily  $F$  chlapcov je v bode  $P_F$ .

V rovnováhe je výslednica síl (vektorov) nulová  $F_g + F_v + F = 0$ . Pre veľkosti síl platí

$$F = F_v - F_g, \text{ kde } F_v = V \rho_v g, F_g = m g.$$

Pre dané hodnoty  $F_v \approx 2,3 \text{ kN}$ ,  $F_g \approx 210 \text{ N}$ , a teda  $F \approx 2,1 \text{ kN}$ . 1 b

- e) Obr. RE-3 1 b



Obr. RE-3

Hmotnosť plte s podlahou:  $m_c = 4 m + S c \rho_d$ , pre dané hodnoty veličín  $m_c \approx 240$  kg.

Pre plť vloženú do vody v rovnováhe máme  $V_v \rho_v g = m_c g$ ,

z toho  $V_v = m_c / \rho_v$  a pre dané hodnoty  $V_v \approx 0,24$  m<sup>3</sup>.

Celkový objem všetkých sudov je  $4 V = 0,92$  m<sup>3</sup>, podiel  $V_v / 4V = 0,26$ .

Bez nákladu sú sudy – plaváky plte ponorené do vody 0,26 časťou svojho objemu. 1 b

- f) Plť bez nákladu je ponorená 0,26 časťou celkového objemu plavákov. Plť s nákladom môže mať bezpečný ponor daný 0,75 časťou celkového objemu plavákov. Pre bezpečnú plavbu, náklad môže mať maximálnu hmotnosť  $m_0 = (0,75 - 0,26) \times 4 V \rho_v \approx 2 V \rho_v$ , teda  $m_0 \approx 400$  kg.

Plavidlo má dostatočnú nosnosť (aj s rezervou) pre posádku chlapcov, stan, ich osobné potreby a potraviny na splav, 187 kg. 1 b

### 3. Varenie vajíčok na mäkko

Riešenie:

- a) Aby voda s hmotnosťou  $m_1 = \rho V = 0,50$  kg bola zohriata z teploty  $t_1$  na teplotu  $t_2$ , musíme jej dodať teplo  $Q_1 = m_1 c_1 (t_2 - t_1) = V \rho c_1 (t_2 - t_1)$ . Pre dané hodnoty  $Q_1 \approx 167$  kJ. 1 b

Sporák dodá za 1 sekundu teplo  $q_s$ , potrebný čas je preto

$$\tau_1 = \frac{Q_1}{q_s}. \text{ Pre dané hodnoty } \tau_1 \approx 167 \text{ s} \approx 2 \text{ min } 47 \text{ s.} \quad 1b$$

- b) Po vložení vajíčok do vriacej vody sa voda ochladí a prestane vriieť. Počas vyrovnávania teplôt prijímú vajíčka od vody teplo  $Q_2$ , pričom sa zohrejú na teplotu  $t_3$ ,

$$Q_2 = 4 m c_2 (t_3 - t_0). \quad 1 b$$

Počas vyrovnávania teplôt voda odovzdáva vajíčkam teplo  $Q_2$  a sporák naďalej odovzdáva sústave teplo  $Q_3 = q_s \Delta \tau$ . Rozdiel tepla  $Q_2 - Q_3$  sa prejaví poklesom teploty vody a odvodom tepla  $Q_4 = m_1 c_1 (t_2 - t_3)$ .

Pre výslednú bilanciú výmeny tepla vody platí  $4 m c_2 (t_3 - t_0) + m_1 c_1 (t_3 - t_2) = q_s \Delta \tau$ , odkiaľ vyjadríme teplotu

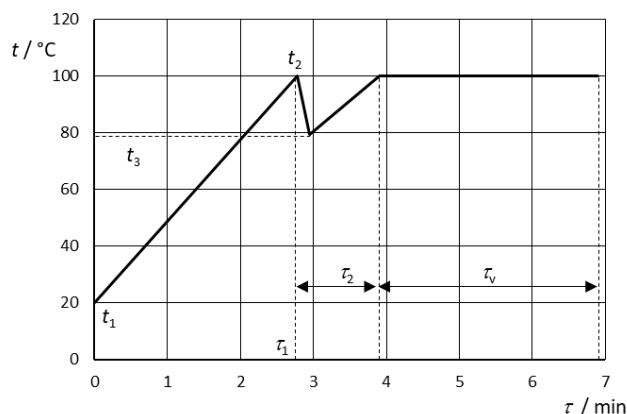
$$t_3 = \frac{q_s \Delta \tau + 4 m c_2 t_0 + m_1 c_1 t_2}{4 m c_2 + m_1 c_1}. \quad 1 b$$

Pre dané hodnoty  $t_3 \approx 79,2$  °C a  $Q_2 \approx 53,6$  kJ.  $2 \times 0,5 b$

- c) Na zohriatie vody z teploty  $t_3$  znova na teplotu  $t_2$  je potrebné teplo  $Q_5 = m_1 c_1 (t_2 - t_3)$ , na zohriatie vajíčok teplo  $Q_6 = 4 m c_2 (t_2 - t_3)$ . Potrebný čas na dodanie tepla  $Q_5 + Q_6$  sporákom od okamihu vloženia vajíčok do vody

$$\tau_2 = \Delta\tau + \frac{Q_5 + Q_6}{q_s} = \Delta\tau + \frac{(m_1 c_1 + 4 m c_2)(t_2 - t_3)}{q_s}. \text{ Pre dané hodnoty } \tau_2 \approx 68,3 \text{ s.} \quad 2 \text{ b}$$

d) Obr. RE-4 2 b



Obr. RE-4

Celkový čas  $\tau_3 = \tau_1 + \tau_2 + \tau_v$ . Pre dané a vypočítané hodnoty  $\tau_3 \approx 415 \text{ s} \approx 6,92 \text{ min.}$  1 b

#### 4. Spojenie rezistorov

Riešenie:

a) Rezistory v schéme na obr. E-1 vzhľadom na uzly A, D sú spojené za sebou (do série).

Výsledný odpor  $R_1 = 3R, R_1 = 90 \Omega$ .

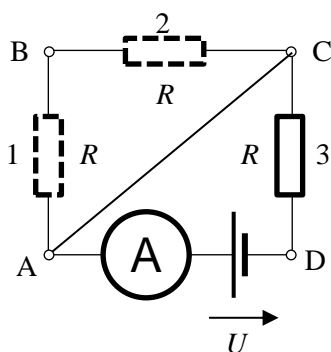
Elektrický prúd prechádzajúci obvodom  $I_1 = \frac{U}{3R}, I_1 = 0,10 \text{ A}$ .

Elektrický výkon každého rezistora  $P_{11} = P_{21} = P_{31} = R I^2 = \frac{U^2}{9R}, P_{11} = P_{21} = P_{31} = 0,30 \text{ W}$ .

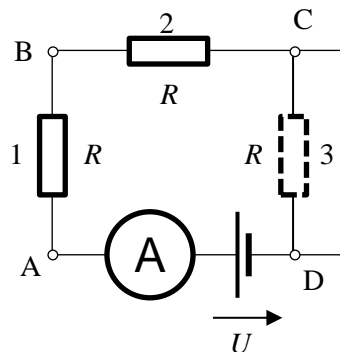
Spolu 1,5 b

b) Obr. RE-5

0,5 b



Obr. RE-5



Obr. RE-6

Vodivým spojením svoriek A, C sú vyradené rezistory 1 a 2. Odpor vzhľadom na svorky A, D  $R_2 = R, R_2 = 30 \Omega$ .

Prúd zdroja  $I_2 = \frac{U}{R}, I_2 = 0,3 \text{ A}$ .

Výkon rezistorov 1, 2 a 3  $P_{12} = P_{22} = 0, P_{32} = \frac{U^2}{R}, P_{32} = 2,7 \text{ W}$ .

Spolu 1,5 b

- c) Obr. RE-6 0,5 b

Spojením svoriek B, D sa vyradí rezistor 3. Odpor obvodu vzhľadom na svorky A, D

$$R_3 = 2R, R_3 = 60 \Omega.$$

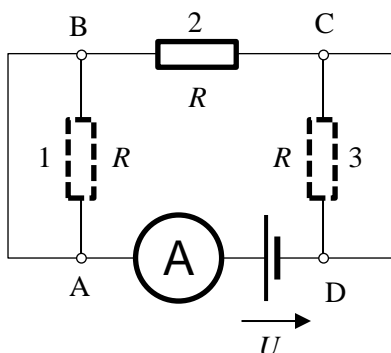
$$\text{Prúd zdroja } I_3 = \frac{U}{2R}, I_3 = 0,15 \text{ A}.$$

$$\text{Elektrický výkon oboch rezistorov je rovnaký } P_{13} = P_{23} = R I_3^2 = \frac{U^2}{4R},$$

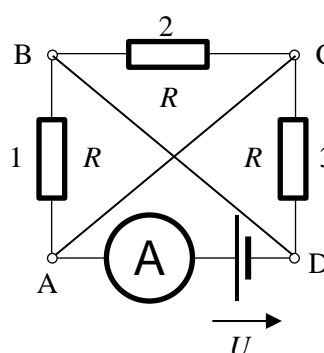
$$P_{13} = P_{23} \approx 0,68 \text{ W}, P_{33} = 0.$$

Spolu 1,5 b

- d) Obr. RE-7 0,5 b



Obr. RE-7



Obr. RE-8

Spojením svoriek A-B a C-D sú vyradené rezistory 1 a 3.

Odpor obvodu vzhľadom na svorky A, D  $R_4 = R$ .

$$\text{Prúd zdroja } I_4 = \frac{U}{R}, I_4 = 0,30 \text{ A}.$$

$$\text{Elektrický výkon rezistorov } P_{14} = P_{34} = 0, P_{24} = \frac{U^2}{R}, P_{24} = 2,7 \text{ W}.$$

Spolu 1,5 b

- e) Obr. RE-8 0,5 b

K svorke A sú pripojené všetky rezistory 1, 2, 3 a k svorke D tiež všetky rezistory opačnými koncami. Znamená to, že všetky tri rezistory sú spojené paralelne.

Odpor obvodu vzhľadom na svorky A, D  $R_5 = \frac{R}{3}, R_5 = 10 \Omega$ .

$$\text{Prúd zdroja } I_5 = \frac{U}{R_5} = \frac{3U}{R}, I_5 = 2,7 \text{ W}.$$

$$\text{Elektrický výkon všetkých rezistorov je rovnaký } P_{15} = P_{25} = P_{35} = \frac{U^2}{R} = 2,7 \text{ W}.$$

Spolu 2 b

---

60. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy krajského kola kategórie E

Autori návrhov úloh:

Monika Hanáková (1), Daniel Klivanec (2, 4), Boris Lacsny (3)

Recenzia a úprava úloh a riešení:

Ivo Čáp

Preklad textu úloh do maďarského jazyka:

Anikó Hevesi

Redakcia:

Daniel Klivanec

Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019