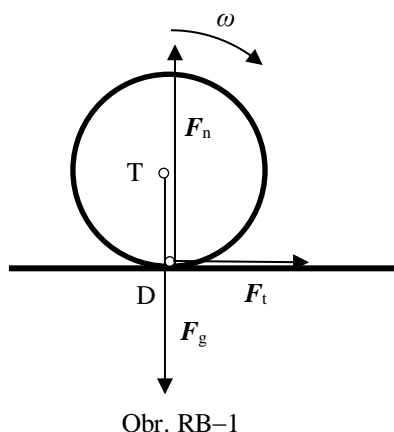


60. ročník Fyzikálnej olympiády
 v školskom roku 2018/2019
 kategória B – krajské kolo
 Riešenie úloh

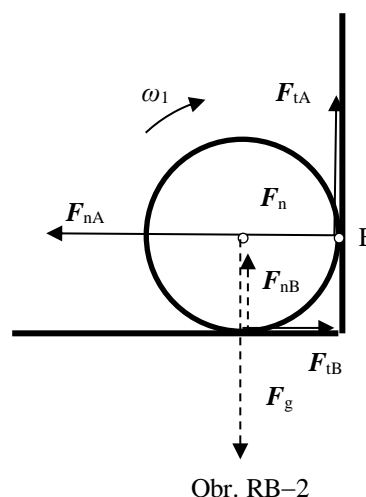
1. Odras rotujúceho valca od zvislej steny

Riešenie:

- a) Na valec pôsobí tiažová sila F_g , normálová tlaková sila F_n podložky a sila F_t šmykového trenia, obr. RB-1. Keďže ťažisko T sa pohybuje iba vo vodorovnom smere, je výslednica síl v zvislom smere nulová, preto $F_n = F_g = m g$. Sila trenia $F_t = f F_n = f m g$, kde m je hmotnosť valca a g tiažové zrýchlenie.



Obr. RB-1



Obr. RB-2

Obr. RB-1

1 b

Pohybová rovnica posuvného pohybu ťažiska počas preklzavania valca

$$m a = f m g, \text{ tzn. } a = f g$$

1 b

a rýchlosť pohybu ťažiska počas preklzavania valca

$$v = a t = f g t. \quad (1)$$

Pohybová rovnica rotačného pohybu valca počas preklzavania

$$J \varepsilon = M = -F_t r = -f m g r,$$

1 b

pričom $J = \frac{1}{2} m r^2$ je moment zotrvačnosti valca vzhľadom na rotačnú os valca, a zrýchlenie

pohybu ťažiska a ε uhlové zrýchlenie rotácie valca.

Uhlová rýchlosť počas prešmykovania valca

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t = \omega_0 - \frac{2 f g}{r} t. \quad (2)$$

Preklzavanie trvá, kým valec neprejde do čistého valivého pohybu v okamihu t_1 , kedy platí $v = \omega r$.

Po dosadení za veličiny v a ω v (1) a (2) určíme čas t_1 prechodu do valivého pohybu

$$f g t_1 = \omega_0 r - 2 f g t_1, \text{ odkiaľ máme } t_1 = \frac{\omega_0 r}{3 f g}. \quad 1 \text{ b}$$

Za tento čas prejde ťažisko dráhu (predpokladáme, že $l_1 < d$)

$$l_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} f g \left(\frac{\omega_0 r}{3 f g} \right)^2 = \frac{\omega_0^2 r^2}{18 f g}.$$

Po prejení tejto dráhy sa valec pohybuje valivým pohybom rýchlosťou ťažiska

$$v_1 = a t_1 = f g \left(\frac{\omega_0 r}{3 f g} \right) = \frac{1}{3} \omega_0 r \quad 1 \text{ b}$$

a uhlovou rýchlosťou

$$\omega_1 = \frac{v_1}{r} = \frac{1}{3} \omega_0. \quad 1 \text{ b}$$

- b) Na valec počas odrazu pôsobí, okrem tiažovej sily F_g , normálovej sily podložky F_{nB} a sily F_{tB} šmykového trenia medzi valcom a podložkou, normálová sila F_{nA} steny A a sila šmykového trenia F_{tA} medzi stenou A a valcom, obr. RB-2. Sila $F_{nB} = F_g - F_{tA}$ počas odrazu je malá (podľa predpokladu $F_{nB} > 0$, v opačnom prípade by valec nadskočil), a teda i zodpovedajúce trenie F_{tB} je malé. Pri zmene pohybového stavu sa uplatnia sily pôsobiace v bode E dotyku valca so stenou A. Obr. RB-2 1 b

Zmena rýchlosti ťažiska T na opačnú je spôsobená účinkom sily F_{nA} , ktorá pôsobí vo vodorovnom smere (F_{tB} neuvažujeme). Zmena hybnosti je rovná impulzu $F_{nA} \Delta t$ tejto sily

$$m v_2 - m v_1 = F_{nA} \Delta t, \text{ pre } v_2 = -v_1 \text{ máme } F_{nA} \Delta t = 2 m v_1. \quad 1 \text{ b}$$

Počas kontaktu na valec pôsobí sila F_{tA} momentom sily $-F_{tA} r = -f F_{nA} r$.

Impulz momentu sily $-F_{tA} r \Delta t = -f r F_{nA} \Delta t$

je rovný zmene momentu hybnosti valca

$$J \omega_2 - J \omega_1 = -f r F_{nA} \Delta t. \quad (3)$$

Z rovnosti (3), po úprave máme výslednú uhlovú rýchlosť valca

$$\omega_2 = \omega_1 - \frac{r f F_{nA} \Delta t}{J} = \omega_1 - \frac{4 f v_1}{r} = \omega_1 (1 - 4 f). \quad 1 \text{ b}$$

Keďže odrazom dochádza k zmene rýchlosti ťažiska na opačnú, pohyb po odraze bude valivý, ak i uhlová rýchlosť sa zmení na opačnú, tzn. $\omega_2 = -\omega_1$, a teda

$$1 - 4 f = -1, \text{ odkiaľ máme } f = 0,5. \quad 1 \text{ b}$$

2. Termodynamika

Riešenie:

- a) Látkové množstvo plynu určíme zo stavovej rovnice ideálneho plynu

$$n_0 = \frac{p_0 V_0}{RT_0} = \frac{p_0 l_0 S_0}{RT_0}. \quad 1 \text{ b}$$

Pre dané hodnoty a $T_0 = (20 + 273) \text{ K}$ máme $n_0 \approx 6,2 \times 10^{-2} \text{ mol}$. 0,5 b

- b) Vzduch sa adiabaticky stláča, až dosiahne tlak $p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}$. Pre adiabatický dej platí rovnica

$p_0 V_0^\kappa = p_1 V_1^\kappa$, resp. $p_0 l_0^\kappa = p_1 l_1^\kappa$, odkiaľ máme

$$l_1 = l_0 \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{1/\kappa} = l_0 \left(\frac{p_0 S}{p_0 S + mg} \right)^{1/\kappa}. \quad 1 \text{ b}$$

Pre dané hodnoty $l_1 \approx 26,4 \text{ cm}$. 0,5 b

Ak použijeme stavovú rovnicu ideálneho plynu $pV = nRT$, po vylúčení objemu zo stavovej rovnice pre adiabatický dej, dostávame

$$T_1 = T_0 \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = T_0 \left(1 + \frac{mg}{p_0 S} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad 1 \text{ b}$$

Pre $T_0 = (20 + 273) \text{ K}$ máme $T_1 \approx 308 \text{ K}$, tzn. $t_1 \approx 35 \text{ }^\circ\text{C}$. 1 b

- c) Po dosiahnutí polohy (1) sa otvorí ventil a pri posúvaní piestu do polohy (2) vzduch uniká cez ventil do okolia a expanduje na tlak p_0 . Počas tohto deja vzduch vo valci má stály tlak p_1 a keďže nedochádza k jeho stláčaniu, aj stálu teplotu T_1 . Objem vzduchu klesá z hodnoty $V_1 = S_0 l_1$ na hodnotu $V_2 = S_0 l_2$. 2 b

- d) Z pôvodného látkového množstva n_0 tak zostane vo valci vzduch s látkovým množstvom

$$n_2 = n_0 \frac{l_2}{l_1}. \text{ Pre dané hodnoty } n_2 \approx 2,3 \times 10^{-2} \text{ mol}. \quad 0,5 \text{ b}$$

Zo stavu (2) so stavovými veličinami $p_1, T_1, V_2 = S_0 l_2$ prejde vzduch do stavu s objemom $V_3 = S_0 l_0$. Zo stavovej rovnice pre adiabatický dej dostávame

$$p_1 V_2^\kappa = p_3 V_0^\kappa, \text{ odkiaľ } p_3 = p_1 \left(\frac{V_2}{V_0} \right)^\kappa = \left(p_0 + \frac{mg}{S} \right) \left(\frac{l_2}{l_0} \right)^\kappa. \quad 1 \text{ b}$$

$$T_1 V_2^{\kappa-1} = T_3 V_0^{\kappa-1}, \text{ odkiaľ } T_3 = T_1 \left(\frac{V_2}{V_0} \right)^{\kappa-1} = T_0 \left(1 + \frac{mg}{p_0 S} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \left(\frac{l_2}{l_0} \right)^{\kappa-1}. \quad 1 \text{ b}$$

Pre dané hodnoty $p_3 \approx 26 \text{ kPa}$, $T_3 \approx 199 \text{ K}$, tzn. $-74 \text{ }^\circ\text{C}$. 1 b

3. Elektrický obvod

Riešenie:

a) Kapacita kondenzátora $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d}$. Pre dané hodnoty $C \approx 3,72 \text{ nF}$ 1 b

b) Na induktore v ustálenom stave konštantného prúdu je napätie nulové, preto prúd v uzatvorenom obvode $I_0 = \frac{U_0}{R}$. Výkon zdroja $P_0 = U_0 I_0 = \frac{U_0^2}{R}$.

$$\text{Energia magnetického poľa induktora } E_{L0} = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{L U_0^2}{2 R^2}.$$

V ustálenom stave je napätie na cievke, a teda i na paralelnom kondenzátore $U_{C0} = 0 \text{ V}$. Energia elektrického poľa kondenzátora je preto nulová.

Pre dané hodnoty $I_0 = 1,2 \text{ A}$, $P_0 = 14,4 \text{ W}$, $E_L = 0,36 \text{ J}$, $E_{C0} = 0 \text{ J}$. 2 b

b) Ak sa spínač vypne zostane uzatvorený LC obvod.

Prúd I_L induktora postupne klesá a nabíja kapacitor. Energia magnetického poľa induktora sa tak mení na energiu elektrického poľa kapacitora. Keďže v obvode nie je rezistor, nedochádza k strate energie premenou na teplo a súčet energie magnetického a elektrického poľa je konštantný

$$\frac{1}{2} L I_L^2 + \frac{1}{2} C U_C^2 = E_{L0}. \quad (1)$$

Postupne prúd I_L klesne na nulovú hodnotu a vtedy napätie U_C dosiahne maximálnu hodnotu U_m . Potom sa kondenzátor vybíja až jeho napätie klesne na nulovú hodnotu a prúd induktora je vtedy maximálny I_0 . Tento dej sa pravidelne opakuje. 2 b

c) V sériovom LC obvode sa mení prúd I_L induktora a taktiež napätie U_C kapacitora podľa harmonickej časovej závislosti s uhlovou frekvenciou $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Prúd I_L má na začiatku maximálnu hodnotu I_0 , preto časový priebeh je

$$I_L = I_0 \cos \omega t. \quad 1 \text{ b}$$

Napätie U_C na kapacitore má na začiatku nulovú hodnotu, a teda časová závislosť je

$$U_C = U_m \sin \omega t, \quad 1 \text{ b}$$

kde U_m je maximálna hodnota, ktorú napätie kapacitora dosiahne.

Napätie sa zmení z nulovej hodnoty na maximálnu hodnotu za dobu $\tau = T/4$

$$\tau = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} \sqrt{LC} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S L}{d}}.$$

Pre dané hodnoty $\tau \approx 68 \text{ } \mu\text{s}$. 1 b

d) Zo vzťahu (1) pre $I_L = 0$ dostávame

$$U_m = \sqrt{\frac{2E_{L0}}{C}} = \frac{U_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{U_0}{R} \sqrt{\frac{Ld}{\varepsilon_r \varepsilon_0 D}}. \quad 1 \text{ b}$$

Pre dané hodnoty $U_m \approx 14 \text{ kV}$.

Intenzita elektrického poľa medzi elektródami kondenzátora dosiahne maximálnu hodnotu

$$E_m = \frac{U_m}{d} \approx 70 \text{ MV}\cdot\text{m}^{-1} < E_p. \quad \text{K elektrickému prierazu nedôjde.} \quad 1 \text{ b}$$

4. Odraz svetla od lesklej gule

Riešenie:

- a) Aby bolo možné zostrojiť obrazy zdroja Z , ktorý sa nachádza na optickej osi, je potrebné použiť bod A mimo osi v predmetovej rovine. Pomocou lúča prechádzajúceho stredom šošovky a rovnobežného s osou, ktorý sa láme do ohniska F_2 zostrojíme obraz B bodu A , a tak získame obrazovú rovinu, v ktorej sa nachádza obraz Z_1 , obr. RB–4.

Obraz Z_1 je reálny (a prevrátený). 2 b

Obr. RB–4 2 b

Bod B je predmetom pre zobrazenie odrazovou plochou G . Pre lepšiu názornosť je vytvorenie obrazu C ukázané v osobitnom obrázku RB–4a. Pre zobrazenie obrazu C predmetu B možno použiť niektoré charakteristické lúče: lúč (1) dopadajúci do vrcholu V sa odráža symetricky voči osi, lúč (2) smerujúci do ohniska F_3 sa odráža rovnobežne s optickou osou, lúč (3) dopadajúci kolmo na povrch zrkadla, tzn. na stred S , sa odráža naspäť. Na priesečníku predĺžení ktorýchkoľvek dvoch odrazených lúčov sa nachádza obraz C predmetu B vytvorený zrkadlom. V obrazovej rovine prechádzajúcej bodom C kolmo na os na optickej osi sa nachádza obraz Z_2 zdroja. Obraz Z_2 je zdanlivý (a priamy). 2 b

Obraz Z_2 , resp. C , je predmetom pre spätné zobrazenie šošovkou. Toto zobrazenie je pre väčšiu názornosť vybrané do osobitného obrázku RB–4b. Pomocou lúčov idúcich stredom šošovky a rovnobežného s optickou osou, ktorý sa láme do ohniska F_1 získame obraz D , resp. na optickej osi Z_3 . Obraz Z_3 je skutočný (reálny). 2 b

- b) S použitím mierky sú približné vzdialenosti $z_2 \approx 17$ cm a $z_3 \approx 97$ cm – obr. RB–4. 2 b

60. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy krajského kola kategórie B

Autori návrhov úloh: Ivo Čáp 1, 2, 4, Ľubomír Konrád 3

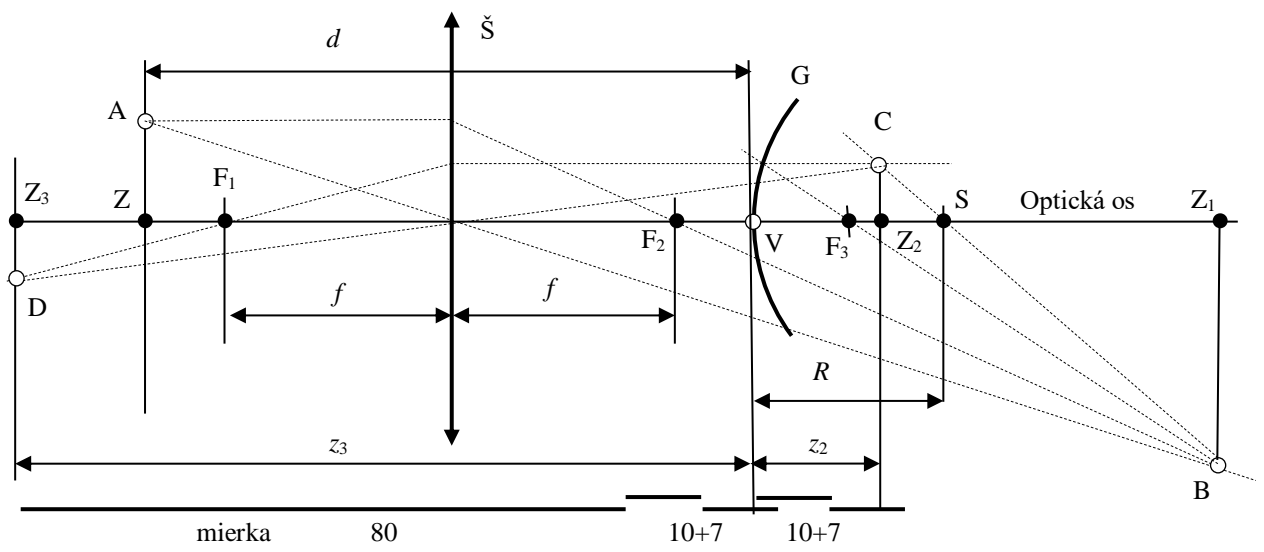
Recenzia a úprava úloh a riešení: Daniel Klivanec, Ľubomír Mucha

Preklad textu úloh do maďarského jazyka: Anikó Hevesi

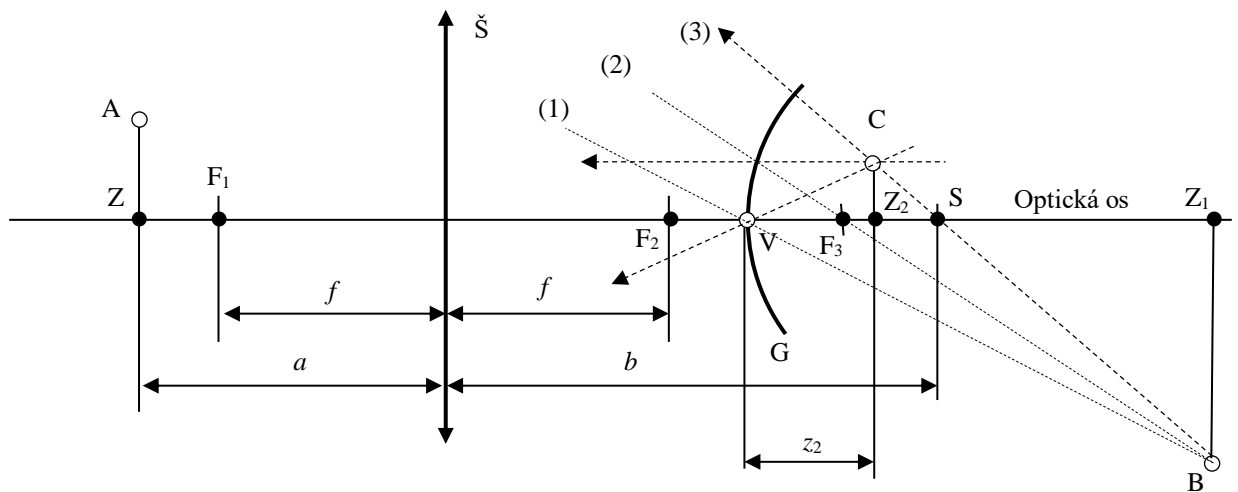
Redakcia: Ivo Čáp

Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

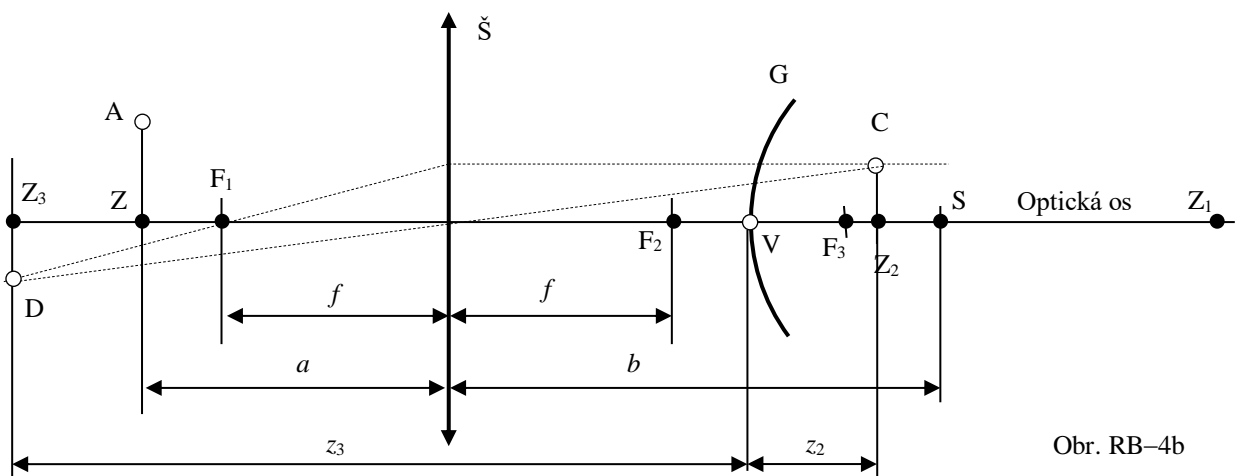
IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019



Obr. RB-4



Obr. RB-4a



Obr. RB-4b