

60. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2018/2019

kategória C – krajské kolo

Texty úloh

1. Ponáranie dreveného trámu

Na nosnom lane žeriavu je zavesený za jeden koniec tenký (štíhly) homogénny drevený trám s dĺžkou $L = 12$ m, obsahom prierezu $S = 120$ cm² a hmotnosťou $m = 86$ kg. Na začiatku sa trám dolným koncom dotýka voľnej hladiny vody hlbokjej nádrži. Žeriav začne postupne spúšťať trám do vody. Lano sa odvíja z bubna žeriavu, pričom dĺžku l odvinutého lana meriame od začiatku spúšťania.

Trám sa najprv ponára tak, že zachováva zvislý smer. Po dosiahnutí určitej hĺbky trám sa začne trám nakláňať, až nakoniec zostane plávať vo vodorovnej polohe na voľnej hladine vody v nádrži.

- a) Označme l_{\max} maximálnu dĺžku lana, odvinutého od začiatku spúšťania, pre ktorú ešte visí trám v zvislom smere. Prečo pre $l > l_{\max}$ sa trám začne nakláňať? Nakreslite obrázok nakloneného trámu, vyznačte v ňom sily pôsobiace na trám, napíšte rovnice rovnováhy trámu v tejto polohe a pomocou nich určte dĺžku l_{\max} . Uveďte, prečo pre $l < l_{\max}$ sa trám nenakláňa.

(Pozn.: Ukážte, že zvislá poloha trámu pre $l < l_{\max}$ je stabilná a pre $l > l_{\max}$ nestabilná)

- b) Určte silu F , ktorou je napínané lano v mieste upevnenia trámu, ako funkciu dĺžky l odvinutého lana. Nakreslite graf tejto funkcie $F(l)$ v rozsahu $0 \leq l \leq L$.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: hustota vody $\rho_v = 1,00$ g·cm⁻³, tiažové zrýchlenie $g = 9,81$ m·s⁻².

2. Supermesiac

Dňa 19. 3. 2019 sa pozoroval neobvyklý úkaz „Supermesiac“, obr. C-1. Mesiac bol na nočnej oblohe neobyčajne veľký a mimoriadne jasný. Jav Supermesiaca bol v minulosti sprevádzaný zvláštnymi úkazmi, napr. mimoriadne vysokým (a nízkym) prílivom (odlivom) morí, vznikom hurikánov.

Ak Mesiac pozorujeme pri splne v najvyššom bode jeho trajektórie na bezoblačnej nočnej oblohe, má v rôznych časových obdobiach rôznu uhlovú veľkosť a rôzny jas, niekedy dochádza počas splnu k úplnému alebo čiastočnému zatmeniu. Je to spôsobené tým, že Mesiac sa pohybuje okolo Zeme po eliptickej trajektórii, ktorej rovina má voči ekliptike (rovine obežnej trajektórie Zeme okolo Slnka) sklon $\alpha \approx 5,15^\circ$.

- a) Určte dobu T_D obehu družice, ktorá sa pohybuje po kružnicovej trajektórii okolo Zeme vo výške $h = 200$ km nad jej povrchom.

Meraním bola určená synodická doba obehu Mesiaca okolo Zeme $T_{\text{syn}} = 29,5$ d (doba pozorovaná pozorovateľom na Zemi, napr. medzi dvomi po sebe nasledujúcimi splnmi Mesiaca).



Obr. C-1

- b) Určte siderickú dobu T_M obehu Mesiaca okolo Zeme (doba obehu vzhľadom na hviezdy). Prečo sa doby T_M a T_{syn} líšia?
- c) Na obrázku znázornite Zem, obežnú trajektóriu Mesiaca, polohu P stredu Mesiaca v perigeu (najbližšie k stredu Zeme) a polohu A v apogeu (najväčšia vzdialenosť od stredu Zeme). S použitím 3. Keplerovho zákona určte hlavnú polos a trajektórie Mesiaca.

Meraním na povrchu Zeme bolo zistené, že pomer p medzi najväčším a najmenším pozorovaným uhlovým priemerom Mesiaca na vrchole jeho dráhy na oblohe $p = \varphi_{max}/\varphi_{min} = 1,12$.

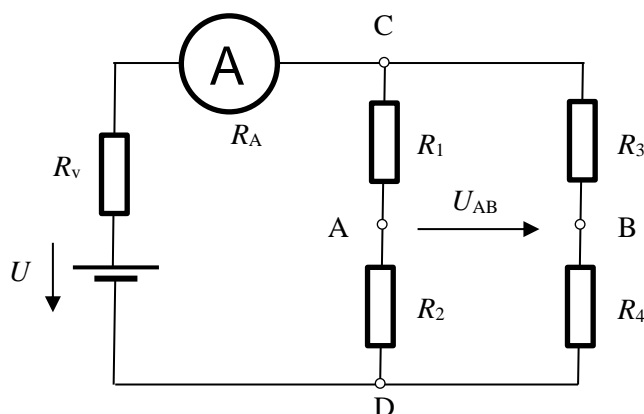
- d) Určte dĺžky a_P perigea, a_A apogea a excentricitu e eliptickej trajektórie (ohnisková vzdialenosť elipsy delená hlavnou polosou).

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: hmotnosť Zeme $M_Z = 5,97 \times 10^{24}$ kg, polomer Zeme $R_Z = 6,38 \times 10^6$ m, Newtonova konštanta $G = 6,67 \times 10^{-11}$ m³·kg⁻¹·s⁻², $T_Z = 1 \text{ r} \approx 365$ d.

Pre zjednodušenie predpokladajte, že Zem obieha okolo Slnka po kružnicovej trajektórii. Mesiac obieha okolo Zeme v rovnakom smere, ako je smer obiehania Zeme okolo Slnka. Vplyv Slnka a iných planét na pohyb Mesiaca neuvažujte.

3. Meranie teploty pomocou odporového (Wheatstonovho) mostíka

Na obr. C-2 je schéma elektrického obvodu, v ktorom sa nachádza zdroj konštantného napätia U s vnútorným odporom R_v , ampérmeter s vnútorným odporom R_A a štvorica rezistorov R_1 až R_4 .



Obr. C-2

- a) Vyjadrite vzťahy pre napätia U_{AD} medzi bodmi A, D obvodu a U_{BD} medzi bodmi B, D obvodu.
- b) Uveďte podmienku pre odpory obvodu, aby bolo napätie U_{AB} medzi svorkami A a B nulové., tzv. stav vyváženého mostíka.

Predpokladajte, že rezistory R_1 , R_2 , R_3 majú konštantný odpor a odpor rezistora R_4 sa mení so zmenou teploty podľa vzťahu $R_4 = R_0 (1 + \alpha t)$, kde R_0 je odpor rezistora pri teplote $t_0 = 0$ °C, t teplota rezistora, α teplotný koeficient odporu.

- c) Predpokladajte ďalej, že pri teplote t_0 je napätie $U_{AB} = 0$ V. Vyjadrite napätie U_{AB} ako funkciu teploty t v rozsahu $0 < t \ll 1/\alpha$.

Určte napätie U_{AB1} pre teplotu $t_1 = 40$ °C.

Úlohu riešte všeobecne a potom časť c) pre hodnoty: $R_v = 20,0$ Ω , $R_A = 10,0$ Ω , $U = 12,0$ V, $R_1 = 2,00$ k Ω , $R_2 = 500$ Ω , $R_0 = 550$ Ω , $\alpha = 2,50 \times 10^{-3}$ K⁻¹.

4. Elektrické roztápanie ľadu

V zimných mesiacoch pri teplote vzduchu pod $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, sa objavuje nepríjemný jav – zamŕzanie odkvapových žlabov a rúr. Tento problém sa často rieši elektrickým roztápaním ľadu.

Uvažujme nasledujúci zjednodušený príklad. V osi zvislej odkvapovej rúry s vnútorným priemerom $D = 10\text{ cm}$ a dĺžkou $L = 14\text{ m}$ je napnutý odporový drôt s priemerom $d = 0,50\text{ mm}$ a rezistivitou (merným elektrickým odporom) $\rho_R = 1,5\text{ }\mu\Omega\cdot\text{m}$. V dôsledku mrazu zamrzne voda v dolnej časti rúry a zvyšok rúry sa naplní vodou z topiaceho sa snehu a tá potom tiež zamrzne. Predpokladajte, že rúra je celá vyplnená ľadom s teplotou $t_0 = 0,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Na roztápanie ľadu sa odporový drôt pripojí na zdroj s napätím $U = 230\text{ V}$.

- Určte elektrický odpor R drôtu.
- Určte elektrický príkon P drôtu po pripojení na zdroj napätia.
- Určte čas τ , za ktorý sa ľad v rúre roztopí, ak predpokladáme, že celá elektrická energia uvoľnená v drôte sa premení na teplo.

Hustota ľadu $\rho = 900\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hmotnostné skupenské teplo topenia ľadu $l_t = 330\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$. Výmenu tepla medzi rúrou a jej okolím neuvažujte. Konduktivita ľadu a vody je v porovnaní s konduktivitou drôtu veľmi malá.

60. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy krajského kola kategórie C

Autori návrhov úloh: Ivo Čáp 1, 2, 3, Ľubomír Konrád 4

Recenzia a úprava úloh a riešení: Daniel Klivanec, Ľubomír Mucha

Preklad textu úloh do maďarského jazyka: Anikó Hevesi

Redakcia: Ivo Čáp

Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019