

61. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2019/2020
kategória A – domáce kolo
Riešenie úloh

1. Nabitá guľôčka

Riešenie:

- a) Ak sa guľôčka s nábojom Q nachádza nad elektricky vodivou rovinou, vytvorí sa nad rovinou elektrostatické pole, ktoré je rovnaké ako pole sústavy guľôčky s nábojom Q a guľôčky s nábojom $-Q$ ktorá je jej zrkadlovým obrazom podľa vodivej roviny. Elektrická sila príťažlivosti guľôčky k vodivej doske je

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{(2h)^2}.$$

Rovnica rovnováhy síl v začiatočnom stave má tvar

$$mg + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{(2h_0)^2} = k(l - l_0), \quad (1) \quad 1 \text{ b}$$

kde l_0 je dĺžka nezaťaženej pružiny, l dĺžka pružiny zaťaženej guľôčkou v začiatočnej polohe, m hmotnosť guľôčky.

Ak sa guľôčka posunie nadol o x , priblíži sa k doske a zmení sa príťažlivá elektrická sila. Pružina sa predĺži o y . Rovnica rovnováhy je

$$mg + \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0(h_0 - x - y)^2} = k(l + y - l_0). \quad (2) \quad 1 \text{ b}$$

Vzdialenosť guľôčky a jej zrkadlového obrazu $2h = 2[h_0 - (x + y)]$.

Z (2) vylúčime dĺžku pružiny dosadením za $k(l - l_0)$ z (1)

$$mg + \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0(h_0 - x - y)^2} = k(l - l_0) + ky = mg + \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0 h_0^2} + ky,$$

odkiaľ máme

$$\frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0(h_0 - x - y)^2} - \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0 h_0^2} = ky. \quad 1 \text{ b}$$

Rovnica neumožňuje jednoduché vyjadrenie y ako funkcie x . Môžeme však jednoducho vyjadriť inverznú funkciu x ako funkciu y .

$$x = h_0 - \frac{h_0}{\sqrt{1 + \frac{16\pi\epsilon_0 k h_0^2}{Q^2} y}} - y \quad (3)$$

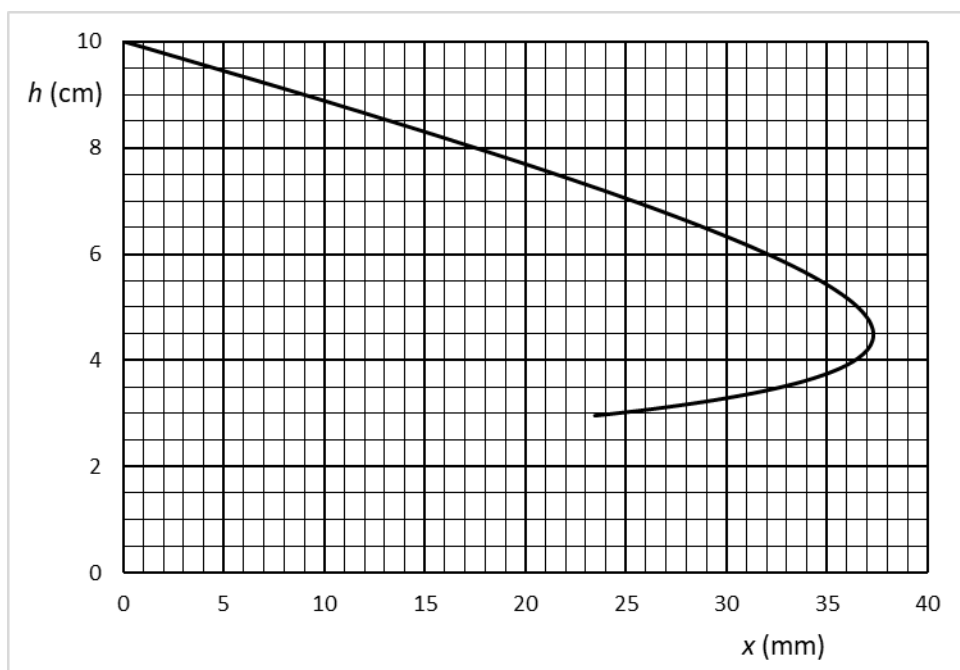
a výšku h guľôčky nad doskou

$$h = h_0 - (x + y) = \frac{h_0}{\sqrt{1 + \frac{16\pi\epsilon_0 k h_0^2}{Q^2} y}}. \quad (4) \quad 1 \text{ b}$$

- b) Úlohu možno riešiť numericky. Pre niekoľko hodnôt y určíme pomocou (3) x a obe hodnoty zapíšeme do tabuľky. Do ďalšieho stĺpca tabuľky potom zapíšeme $h = h_0 - (x + y)$. Na výpočet je vhodné použiť tabuľkový procesor, napr. EXCEL.

Z údajov v stĺpci x a h zostrojíme graf. obr. RA-1.

2 b



Obr. RA-1

- c) Z grafu vidíme, že s rastom x výška h monotónne klesá až po krajnú polohu $x_1 \approx 37,3$ mm. Výška guľôčky je v tomto prípade $h_1 \approx 4,5$ cm. Uvedená zmena je vratná, tzn. ak budeme znižovať x , bude sa h opäť zväčšovať smerom k začiatočnej hodnote. 2 b
- d) Po prekročení posunutia x_1 dôjde k poklesu výšky h . Je to spôsobené tým, že pri ďalšom posunutí sa príťažlivá sila F_e zväčší o viac ako vratná sila pružiny, čo vedie k zmenšeniu výšky h až po dotyk guľôčky s povrchom stola.

Pri dotyku s vodivým povrchom stola sa guľôčka vybije a sila elektrickej príťažlivosti klesne na nulu. Silou pružiny guľôčka prekmítne hore a po utlmení kmitov zostane v rovnovážnej polohe vo výške h_2 . Pri dosiahnutí polohy B horného konca pružiny – posunutie x_1 , pôsobí na pružinu gravitačná sila a elektrická sila. Po vybití sa gravitačná sila nezmení, ale elektrická sila klesne na nulu. Táto zmena zníži zaťaženie pružiny, čo je spojené s jej skrátaním 1 b

$$\Delta l = \frac{F_{eB}}{k} = \frac{1}{16\pi\epsilon_0 k} \frac{Q^2}{h_1^2}.$$

Keďže poloha bodu B sa pritom nezmení, je zmena ustálenej výšky guľôčky daná iba skrátaním pružiny. Výsledná ustálená výška guľôčky

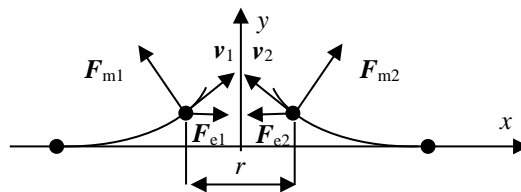
$$h_2 = h_1 + \Delta l = h_1 + \frac{1}{16\pi\epsilon_0 k} \frac{Q^2}{h_1^2}. \text{ Pre dané a vypočítané hodnoty } h_2 \approx 6,8 \text{ cm. } 1 \text{ b}$$

2. Častice s nábojom v magnetickom poli

Riešenie:

a) Obr. RA-2 1 b

Sústava je symetrická, takže trajektórie oboch častíc majú rovnaký tvar. Elektrické sily pôsobia v smere spojnice. Magnetické sily sú kolmé na smer pohybu a trajektóriu zakrivujú v smere podľa obr. RA-2. 1 b



Obr. RA-2

b) Magnetická sila $F_m = \pm q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ je kolmá na smer vektora rýchlosti, a teda nekoná prácu. Pre mechanickú energiu tak platí

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) = m v^2, \text{ kde } v_1 = v_2 = v. \quad (1)$$

V smere osi x pôsobí elektrická sila, ktorá závisí od vzájomnej vzdialenosti r častíc. Sila magnetického poľa pôsobí v smere kolmo na smer vektora rýchlosti a okrem zložky v smere osi x má zložku v smere osi y

$$\mathbf{F}_m = q (v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j}) \times (-B \mathbf{k}) = q v_x B \mathbf{j} - q v_y B \mathbf{i},$$

kde \mathbf{i}, \mathbf{j} je ortonormálna báza vektorov v smere zvolených súradníc x, y .

Pohybová rovnica častíc v smere osi y má tvar

$$m a_y = q v_x B, \text{ resp. } m \frac{d v_y}{d t} = q B v_x.$$

Rovnicu upravíme

$$m d v_y = q B d x, \text{ kde } d x = v_x d t, \quad (2)$$

kde na ľavej strane je zmena y -zložky hybnosti častice. Na začiatku je $v_y = 0$ a $x = -\frac{R}{2}$. Po určitom

čase je zmena y -zložky hybnosti $\Delta p_y = m v_y$ a posunutie $\Delta x = \frac{R-r}{2}$. Integrovaním rovnice (2)

dostávame

$$m v_y = q B \Delta x = q B \frac{R-r}{2}. \quad (3)$$

Ak sa častice dostanú do najmenej vzdialenosti, zložky ich rýchlostí sú $v_x = 0$, a teda $v_y = v$. Za rýchlosť v dosadíme z rovnice (1) a v_y z (3)

$$v = \sqrt{\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)} = \frac{q B}{m} \frac{R-r}{2}.$$

Tento výraz upravíme na tvar kvadratickej rovnice $r = f(R)$

$$r^2 - R r + \frac{m}{\pi\epsilon_0 B^2 R} = 0,$$

ktorá má riešenie

$$r = \frac{R}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2} \right)^2 - \frac{m}{\pi\epsilon_0 B^2 R}} = \frac{R}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4m}{\pi\epsilon_0 B^2 R^3}} \right). \quad (4)$$

Reálne riešenie existuje, ak je splnená podmienka

$$1 - \frac{4m}{\pi \epsilon_0 B^2 R^3} \geq 0, \text{ resp. } B \geq \sqrt{\frac{4m}{\pi \epsilon_0 R^3}} = B_0, \quad 2 \text{ b}$$

kde B_0 je najmenšia (kritická) magnetická indukcia.

Vzdialenosť r_0 , ktorá tejto hodnote zodpovedá, ako vyplýva z výrazu (4), je

$$r_0 = \frac{R}{2}. \quad 1 \text{ b}$$

V okamihu maximálneho priblíženia je rýchlosť častíc podľa (3)

$$v = v_y = \frac{qB}{m} \frac{R - r_0}{2} = \frac{qBR}{4m}. \quad 1 \text{ b}$$

c) Ak platí $B < B_0$, stav zakrivenia do smeru y nenastane a častice sa zrazia. 1 b

V kritickom prípade $B = B_0$ sú sily

$$F_e = \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0} \frac{4}{R^2}, \quad F_m = qvB_0 = \frac{q^2}{\pi \epsilon_0 R^2}.$$

Ako vidíme, obe sily F_e a F_m majú rovnakú veľkosť, tzn. zakrivenie ich trajektórie je nulové a pohyb častíc prejde na priamočiary v smere osi y . Keďže vzdialenosť častíc ani rýchlosť sa nemenia, pohyb je priamočiary. 1 b

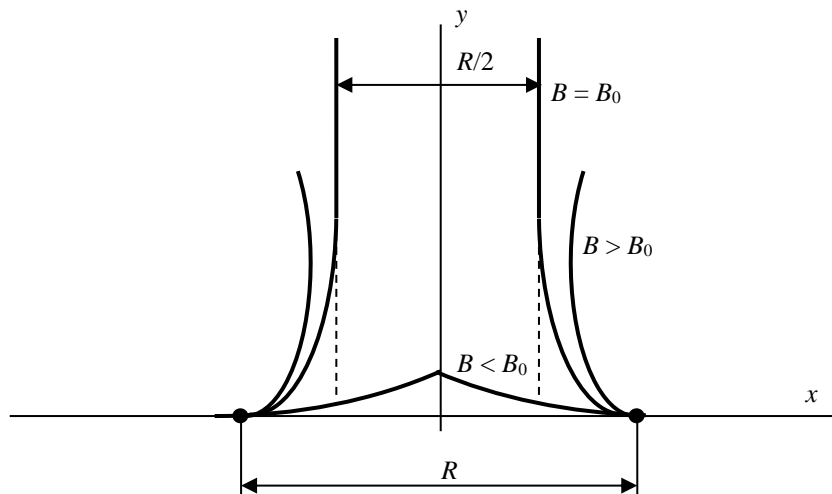
Ak platí $B > B_0$, zakrivenie magnetickým poľom je väčšie a zakrivenie pohybu do smeru y nastane na kratšej dráhe a vzdialenosť častíc v okamihu maximálneho priblíženia sa zväčší, podľa (4)

$$r_{\min} = \frac{R}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4m}{\pi \epsilon_0 B^2 R^3}} \right) > r_0.$$

Sily pôsobiace na časticu

$$F_e = \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 r_{\min}^2} < F_{e0} \quad \text{a} \quad F_m = qvB = \frac{q^2 B^2 R}{4m} > F_{m0}.$$

Z toho vyplýva, že v bode maximálneho priblíženia bude dostredivá sila $F_m - F_e > 0$, tzn. pohyb zostáva zakrivený a častice sa začnú opäť vzd'alovať. So vzd'alovaním klesá rýchlosť a tým aj magnetická sila a zakrivenie trajektórie, obr. RA-3. 2 b



Obr. RA-3

3. Ochladzovanie planéty

Riešenie:

- a) Ak je rádioaktívna látka rozložená v objeme planéty rovnomerne, je zdroj tepla tiež rovnomerne rozložený. Teplo uvoľnené v objeme planéty sa vedením dostáva k jej povrchu a z povrchu sa uvoľnená energia vyžiaruje do vesmíru. Rozloženie teploty vo vnútri planéty je guľovo symetrické a teplota je preto funkciou iba vzdialenosti r od stredu. Tepelný tok smerom od stredu rastie, keďže narastá objem rádioaktívneho materiálu vo vnútri gule s polomerom r . Hustota tepelného toku je priamoúmerná gradientu teploty dt/dr . S uvážením uvedených faktov určíme rozloženie teploty vo vnútri planéty. 2 b

Rádioaktivita s časom klesá podľa exponenciálneho zákona rádioaktívnej premeny, a preto klesá s časom aj generovaný tepelný výkon a tým aj teplota planéty. 1 b

- b) V objeme planéty sa generuje výkon P_1 , ktorý zodpovedá výkonu vyžiarenému guľovým povrchom planéty s polomerom R pri teplote T_1 jej povrchu (podľa Stefanovho – Boltzmannovho zákona)

$$P_1 = 4\pi R^2 \sigma T_1^4. \quad (1)$$

Tento výkon sa generuje v celom objeme planéty. Ak označíme p_0 hustotu generovaného výkonu z jednotky objemu planéty, je celkový výkon

$$P_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 p_0, \quad (2)$$

Z (1) a (2) dostávame hustotu generovaného výkonu

$$p_0 = \frac{3\sigma}{R} T_1^4.$$

Označme T teplotu vo vzdialenosti r od stredu planéty. Vo vnútri gule s polomerom r sa tak generuje výkon

$$P = \frac{4}{3}\pi r^3 p_0 = 4\pi r^3 \frac{\sigma}{R} T_1^4.$$

Tento výkon prechádza povrchom gule a hustota toku výkonu

$$q = \frac{P}{S} = \frac{1}{4\pi r^2} 4\pi r^3 \frac{\sigma}{R} T_1^4 = \frac{\sigma}{R} T_1^4 r. \quad (3) \quad 1 \text{ b}$$

Teplo sa šíri k povrchu planéty vedením. Hustota výkonu je priamoúmerná gradientu teploty

$$q = -\lambda \frac{dT}{dr} \quad (\text{Fourierov zákon}), \quad (4) \quad 1 \text{ b}$$

kde λ je koeficient tepelnej vodivosti materiálu planéty.

Po dosadení z (3) do (4) a úprave máme

$$dT = -\frac{\sigma}{\lambda R} T_1^4 r dr. \quad 1 \text{ b}$$

Túto rovnicu integrujeme v hraniciach 0, r a dostaneme

$$T - T_2 = -\frac{\sigma}{2\lambda R} T_1^4 r^2, \quad (5)$$

pričom pre teplotu T_1 na povrchu planéty ($r = R$) máme

$$T_1 - T_2 = -\frac{\sigma}{2\lambda} T_1^4 R \quad \text{a odtiaľ} \quad \frac{\sigma}{2\lambda} = \frac{T_2 - T_1}{RT_1^4}.$$

Po dosadení do (5) dostávame teplotu T ako funkciu vzdialenosti r od stredu planéty

$$T = T_2 - \frac{T_2 - T_1}{R^2} r^2. \quad (6)$$

Teplota T_3 vo vzdialenosti $r = R/2$ od stredu je

$$T_3 = T_2 - \frac{T_2 - T_1}{4}. \text{ Pre dané hodnoty } T_3 = 375 \text{ K.} \quad 2 \text{ b}$$

c) Za dobu t poklesne počet rádioaktívnych atómov z pôvodného počtu N_0 na hodnotu

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau} \ln 2}.$$

Priamoúmerne s poklesom počtu rádioaktívnych atómov klesá aj výkon generovaný planétou. Zo vzťahu (1) pre čas t_1 dostávame

$$P_4 = P_1 e^{-\frac{t_1 \ln 2}{\tau}} = 4\pi R^2 \sigma T_1^4 e^{-\frac{t_1 \ln 2}{\tau}} = 4\pi R^2 \sigma T_4^4.$$

Teplota povrchu v čase t_1 je

$$T_4 = T_1 e^{-\frac{t_1 \ln 2}{4\tau}}. \text{ Pre dané hodnoty } T_4 \approx 252 \text{ K.} \quad (7) \quad 1 \text{ b}$$

Rovnako poklesne teplota v strede planéty. Vzťah medzi povrchovou teplotou a teplotou v strede planéty odvodíme zo vzťahu (6) pre $T = T_1$ pre $r = R$

$$\frac{\sigma}{2\lambda} = \frac{T_2 - T_1}{RT_1^4} = \frac{T_5 - T_4}{RT_4^4}, \text{ odkiaľ máme } T_5 = T_4 + (T_2 - T_1) \frac{T_4^4}{T_1^4}.$$

Po dosadení zo (7) dostávame

$$T_5 = T_1 e^{-\frac{t_1 \ln 2}{4\tau}} + (T_2 - T_1) e^{-\frac{4t_1 \ln 2}{4\tau}}. \text{ Pre dané hodnoty } T_5 \approx 302 \text{ K.}$$

4. Tekutá planéta

Riešenie:

- a) Na určenie intenzity gravitačného poľa homogénneho stredovo symetrického telesa (homogénnej gule) použijeme Gaussovu vetu gravitačného poľa

$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi G M_S, \quad 2 \text{ b}$$

kde $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ je Newtonova gravitačná konštanta a M_S hmotnosť látky uzatvorenej vo vnútri jednoduchej uzatvorenej integračnej plochy S .

Pre teleso so stredovou symetriou použijeme integračnú plochu s rovnakou symetriou – sústrednú guľovú plochu s polomerom r .

Pre $r \leq R$ je $M_S = M \frac{r^3}{R^3}$. Intenzita \mathbf{E} je na integračnej ploche konštantná a kolmá na plochu, a tak

$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E 4\pi r^2 = 4\pi G M \frac{r^3}{R^3},$$

odkiaľ dostávame

$$E = \frac{GM}{R^3} r. \quad (1) \quad 3 \text{ b}$$

- b) Ak sa zmení hĺbka $dh = -dr$, zmení sa tlak

$$dp = \rho E dh. \quad (2)$$

Celková zmena tlaku je integrálom diferenciálnej rovnice (2), pričom za intenzitu E dosadíme funkciu (1)

$$p(r) = p_a + \int_R^r \rho E dr = p_a - \int_R^r \rho \frac{GM}{R^3} r dr = p_a + \rho \frac{GM}{2R^3} (R^2 - r^2), \quad 3 \text{ b}$$

kde $\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$ je hustota planéty.

- c) Tlak v strede planéty určíme z funkcie $p(r)$, pre $r = 0$

$$p_S = p_a + \rho \frac{GM}{2R^3} R^2 = p_a + \frac{3GM^2}{8\pi R^4}. \quad 1 \text{ b}$$

Pre dané hodnoty $p_S \approx 1,72 \times 10^{11} \text{ Pa} = 172 \text{ GPa}$. 1 b

5. Piesty vo valci

Riešenie:

- a) Ak sa posunie piest P2, zväčší sa objem vzduchu medzi piestmi, čím sa zníži tlak vzduchu. Rozdiel tlaku na piestu P1 spôsobí posunutie piestu P1 a tým predĺženie pružiny. Aby medzi piestmi vznikol podtlak (tlak menší ako p_0), musí platiť $y < x$. Aby nedochádzalo k poklesu teploty vzduchu pri zväčšovaní objemu, musí sa vzduchu dodávať teplo. Zmena stavu vzduchu medzi piestmi je izotermická. 1 b
- b) Rovnováha dvojice piestov je vyjadrená vzťahom

$$F = k y. \quad (1)$$

Pre rovnováhu piestu P1 platí

$$k y = S(p_0 - p), \quad (2)$$

Pre izotermický dej v plyne platí Boylov–Mariottov zákon

$$p_0 S H = p S (H + x - y). \quad (3)$$

Z (2) a (3) vylúčime tlak p a pre posunutie y dostávame kvadratickú rovnicu

$$y^2 - \left(H + x + \frac{S p_0}{k} \right) y + \frac{S p_0}{k} x = 0,$$

ktorá má riešenie

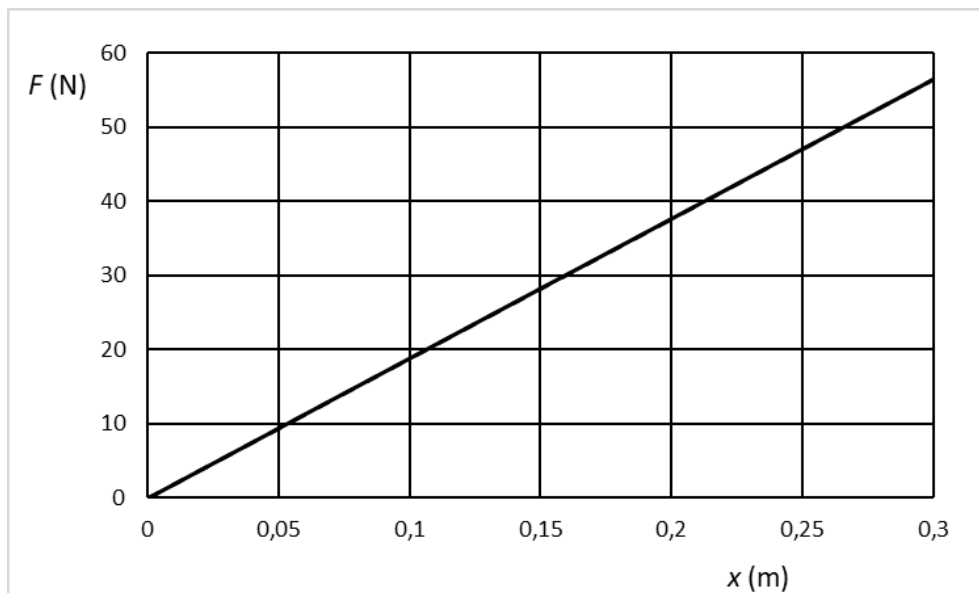
$$y = \frac{1}{2} \left(H + x + \frac{S p_0}{k} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(H + x + \frac{S p_0}{k} \right)^2 - \frac{S p_0}{k} x}. \quad (4)$$

Pre $x = 0$ je aj $y = 0$, a teda platí znamienko mínus.

Sila F je potom vyjadrená vzťahom

$$F = k y = \frac{1}{2} (k H + k x + S p_0) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 S p_0 k x}{(k H + k x + S p_0)^2}} \right]. \quad (5) \quad \text{1 b}$$

Graf funkcie $F(x)$:



Obr. RA-4 1 b

Z grafu vidíme, že pre zvolené hodnoty je závislosť lineárna, o čom sa môžeme presvedčiť priložením pravítka. 1b

- c) Dosadením $x = H$ vyjadríme výslednú hodnotu F_H sily F a hodnotu y_H výchylky y

$$F_H = kH + \frac{Sp_0}{2} - \sqrt{(kH)^2 + \left(\frac{Sp_0}{2}\right)^2} \quad \text{a} \quad y_H = \frac{F_H}{k}. \quad (6)$$

Pre dané hodnoty $F(H) \approx 56,5 \text{ N}$ a $y(H) \approx 28,2 \text{ cm}$. 2 b

- d) Sila F koná prácu W , ktorá zvyšuje energiu sústavy. Predlžovaním pružiny dochádza k zvyšovaniu jej deformačnej (potenciálnej) energie E_p . Plyn koná prácu, ale keďže sa jeho teplota, a teda aj vnútorná energia nemení, musí byť vykonaná práca rovná teplu Q , ktoré sústava prijme. Keďže na vonkajšie povrchy piestov pôsobí tlak p_0 okolitého vzduchu, koná sústava pri pohybu piestov prácu W_0 (P1 kladnú, P2 zápornú), ktorá sa koná na úkor energie sústavy.

Celková zmena energie sústavy $\Delta E_s = E_p = W + Q - W_0$.

Ak označíme $\Delta E_0 = -Q + W_0$ zmenu energie okolia a $\Delta E_m = -W$ zmenu energie zdroja sily F , môžeme rovnicu zapísať v tvare $\Delta E_s + \Delta E_0 + \Delta E_m = 0$, čo znamená že celková energia sústavy, okolia a zdroja je konštantná. 1 b

- e) Určíme deformačnú energiu pružiny

$$E_p = \frac{1}{2} k y_H^2 = \frac{F_H^2}{2k}.$$

Energia odovzdaná do okolia je rovná práci

$$W_0 = p_0 S (x_H - y_H).$$

Prijaté teplo Q je rovné práci vykonanej plynom pri izotermickej expanzii

$$Q = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_0 S H \ln \left(\frac{2H - y_H}{H} \right).$$

Práca W vykonaná ťahovou silou

$$W = E_p - Q + W_0 = \frac{F_H^2}{2k} - p_0 S H \ln \left(\frac{2H - y_H}{H} \right) + p_0 S (x_H - y_H)$$

Pre dané hodnoty: $Q \approx 16,7 \text{ J}$, $W \approx 8,4 \text{ J}$. 2 b

- f) Prácu možno určiť ako obsah plochy pod grafom sily. Z grafu $F(x)$ dostávame

$$W = \frac{1}{2} F_H x_H \approx \frac{1}{2} (56 \text{ N}) \times (0,30 \text{ m}) = 8,4 \text{ J}. \quad 1 b$$

Hodnota práce získaná z grafu je rovnaká s presnosťou na dve platné číslice.

6. Rádioaktivita zemskej kôry

Riešenie:

- a) Označíme hrúbku a hustotu kontinentálnej zemskej kôry h_k, ρ_k a oceánskej h_o, ρ_o .

Hmotnosť zemskej kôry

$$M = 4\pi R^2 [p h_k \rho_k + (1-p) h_o \rho_o],$$

kde $R = 6,4 \times 10^6$ m je polomer povrchu Zeme.

Pre dané hodnoty $M \approx 2,7 \times 10^{22}$ kg.

2 b

- b) Aktivita A je počet premien za jednotku času. Ak uvážime zákon rádioaktívnej premeny

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t}, \text{ odkiaľ máme } A = -\frac{dN}{dt} = \frac{\ln 2}{T} N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = \frac{\ln 2}{T} N,$$

kde N je počet rádioaktívnych atómov.

Vzorka zemskej kôry s hmotnosťou m obsahuje počet N atómov draslíka ^{40}K

$$N = \frac{m p_K q_{K40}}{M_{K40}} N_A, \text{ kde } M_{K40} = 40 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}, N_A = 6,0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

Hmotnostná aktivita

$$\alpha_{K40} = p_K q_{K40} \frac{N_A}{M_{K40}} \frac{\ln 2}{T_{K40}}. \text{ Pre dané hodnoty } \alpha_{K40} \approx 700 \text{ Bq/kg}.$$

2 b

- c) Použijeme predchádzajúci vzťah a dosadíme parametra rubídia

$$p_{\text{Rb}} = \frac{\alpha_{\text{Rb87}}}{q_{\text{Rb87}}} \frac{M_{\text{Rb87}}}{N_A} \frac{T_{\text{Rb87}}}{\ln 2}.$$

Pre dané hodnoty $p_{\text{Rb}} \approx 81 \text{ ppm} (= 81 \times 10^{-6})$.

- d) Výkon pripadajúci na jednotku hmotnosti zemskej kôry $P_1 = \alpha_{K40} E_{K40}$.

Výkon uvoľnený v celej zemskej kôre

$$P = P_1 M = \alpha_{K40} E_{K40} M.$$

Pre dané hodnoty $P = 3,9 \text{ TW}$.

2 b

Hustota výkonu

$$P_1 = \frac{P}{4\pi R^2}. \text{ Pre dané hodnoty } P_1 \approx 7,6 \text{ mW/m}^2.$$

2 b

7. Meranie teplotnej závislosti odporu termistora – experimentálna úloha

Poznámka k riešeniu

Teplotu určujeme v jednotkách K.

Funkciu odporu termistora vyjadríme v tvare

$$\ln \frac{R_T}{R_{T_0}} = \frac{E}{k} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (\text{R1})$$

a zavedieme premenné $y = \ln \frac{R_T}{R_{T_0}}$ a $x = \frac{1}{T}$.

Vzťah (R1) má tvar

$$y = \frac{E}{k}(x - x_0),$$

ktorého grafom je priamka so smernicou $q = \frac{E}{k}$.

Smernicu q určíme z grafu a potom $E = k q$.

Výsledok je rádovo niekoľko desiatín eV.

61. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie A

Autori návrhov úloh:

Ivo Čáp 1, 6, 7, Aba Teleki 4, Ľubomír Konrád 2, 3, 5

Recenzia a úprava úloh a riešení:

Daniel Klivanec, Ľubomír Mucha

Redakcia:

Ivo Čáp

Vydal:

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019