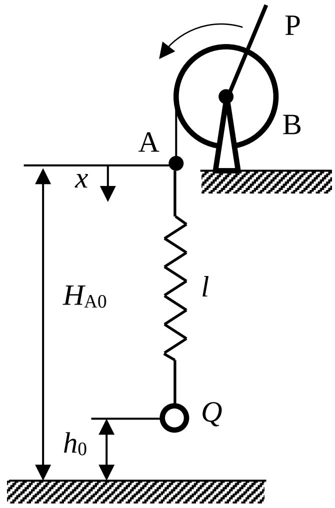
61. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2019/2020
kategória A – domáce kolo
Texty úloh

1. Nabitá guľôčka

Nad dokonale vodivom povrchom stola na pružine s tuhosťou k je zavesená malá kovová guľôčka s nábojom Q. Horný koniec A pružiny je pripevnený k lanku, ktoré je navinuté na valcový bubon B, obr. A–1. Natáčaním bubna pomocou páky P možno nastavovať výšku H_A bodu A nad stolom.



Obr. A–1

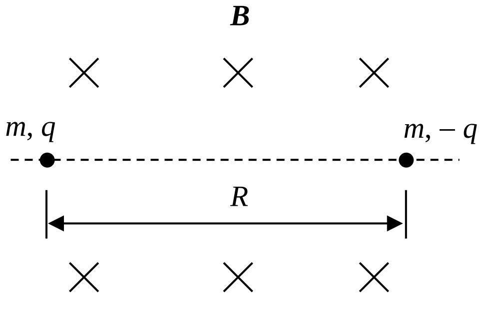
Na začiatku otáčaním páky P bola nastavená výška h_0 guľôčky nad stolom. Zo začiatočnej polohy bodu A vo výške H_{A0} sa môže pootočením bubna pákou P bod A posúvať nadol o posunutie x.

a) Uveďte postup, pomocou ktorého možno určiť výšku h guľôčky ako funkciu nastaveného posunutia x bodu A.
b) Zostrojte graf výšky h ako funkciu posunutia x pre hodnoty $h_0 = 100$ mm, $k = 8{,}00\ \mathrm{N{\cdot}m^{-1}}$, $Q = 400$ nC.
c) Z grafu určte posunutie x_1 a zodpovedajúcu výšku h_1, po ktorú je závislosť výšky h od posunutia x monotónna.
d) Vysvetlite, čo sa stane, ak posunutie x nepatrne prekročí hodnotu x_1. Určte výšku h_2, v ktorej sa ustáli poloha guľôčky v tomto prípade.

Pozn.: Pre určenie elektrickej príťažlivosti guľôčky k povrchu stolu využite metódu zrkadlenia.
Pre numerické riešenie úlohy odporúčame použiť vhodný počítačový program, napr. MS EXCEL.

2. Častice s nábojom v magnetickom poli

Dve častice s rovnakou hmotnosťou m a nábojmi q a $-q$ $(q > 0)$ sa na začiatku nachádzajú v pokoji vo vzájomnej vzdialenosti R, obr. A–2. V priestore výskytu častíc sa nachádza homogénne magnetické pole s indukciou $\boldsymbol{B}$ kolmou na spojnicu častíc.



Obr. A–2

V určitom okamihu sú častice uvoľnené a začnú sa pohybovať pôsobením príťažlivej elektrickej sily a sily magnetického poľa.

a) Uvážte, aký vplyv na pohyb častíc majú elektrické a magnetické sily. Načrtnite očakávaný tvar trajektórie pohybu častíc. V istom bode trajektórie nakreslite vektory síl pôsobenia elektrického a magnetického poľa na častice.
b) Určte najmenšiu hodnotu B_0 magnetickej indukcie, tzv. kritickú veľkosť magnetického poľa, pri ktorej sa častice vzájomne nespoja. Určte najmenšiu vzdialenosť r_0, do ktorej sa častice priblížia pri indukcii B_0 a rýchlosť $\boldsymbol{v}$ častíc v okamihu maximálneho priblíženia.
c) Uveďte, ako sa budú častice pohybovať, ak $B < B_0$, $B = B_0$ a $B > B_0$. Znázornite na obrázku približný tvar trajektórie od začiatku až po priblíženie a krátko po ňom.

3. Ochladzovanie planéty

Astronauti sa priblížili k neznámej planéte. Pomocou prístrojov na palube zistili, že planéta má guľový tvar, povrchovú teplotu $T_1 = 300$ K, nemá atmosféru a obieha okolo svojej hviezdy v tak veľkej vzdialenosti, že jediným zdrojom energie planéty môžu byť iba rádioaktívne procesy v jej vnútri.

Predpokladajte nasledujúci zjednodušený model planéty a procesov, ktoré v nej prebiehajú:

- Planéta je homogénna a rádioaktívne prvky sú rozložené v celom objeme planéty rovnomerne.
- Polčas premeny rádioaktívnych prvkov je $\tau = 1{,}0\times10^6$ rokov.
- Planéta vyžaruje energiu ako dokonale čierne teleso.
- Teplota v strede planéty $T_2 = 400$ K.
- Tepelný stav planéty sa mení veľmi pomaly a v danom čase ho možno považovať za ustálený.

Pomocou tohto modelu riešte nasledovné úlohy:

a) Opíšte tepelné deje, ktoré v planéte prebiehajú a sú určujúce pre rozloženie teploty v jej vnútri.

b) Určte teplotu T_3 vo vzdialenosti $r = R/2$ od stredu planéty v čase priblíženia astronautov.

c) Určte teplotu T_4 povrchu planéty a T_5 v strede planéty po dobe $t_1 = 1{,}0\times10^6$ rokov od času priblíženia astronautov.

4. Tekutá planéta

Predstavte si nasledujúci zjednodušený model planéty. Planéta tvorená homogénnou tekutou látkou má tvar gule s polomerom R a hmotnosť M. Na povrchu planéty je atmosférický tlak p_a. Vplyv rotácie planéty neuvažujte.

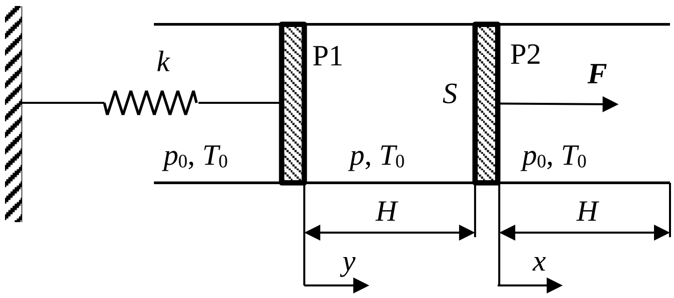
a) Určte intenzitu $\boldsymbol{E}$ gravitačného poľa planéty ako funkciu vzdialenosti r od jej stredu pre $r \le R$.

b) Určte tlak p vo vnútri planéty ako funkciu vzdialenosti r od jej stredu.

c) Určte tlak p_S v strede planéty s parametrami Zeme: $p_a = 100$ kPa, $R = 6\,378$ km, $M = 5{,}97\times10^{24}$ kg.

5. Piesty vo valci

Na obr. A–4 je znázornená sústava, ktorá pozostáva z vodorovnej rúry, v ktorej sa nachádzajú dva piesty. Piest P1 je spojený s pevnou zvislou stenou pružinou s tuhosťou k. Piest P2 možno ťahom silou $\boldsymbol{F}$ v rúre posúvať.



Obr. A–4

Na začiatku je pružina nedeformovaná, vzájomná vzdialenosť piestov je H a vzdialenosť piestu P2 od konca rúry je tiež H. Medzi piestmi je vzduch, ktorý má rovnaký tlak p_0 a rovnakú teplotu T_0 ako vzduch v okolí rúry.

Piest P2 začne sila $\boldsymbol{F}$ pomaly posúvať smerom ku koncu rúry tak, aby teplota T_0 vzduchu medzi piestmi zostávala konštantná a rovná teplote okolitého vzduchu. Posunutia piestov označíme x (piest P2), y (piest P1) a tlak medzi piestmi p, obr. A–4.

a) Stručne opíšte dej, ktorý prebehne v sústave počas pohybu piestov.

b) Vyjadrite veľkosť $F(x)$ sily a posunutie $y(x)$ piestu P1 ako funkcie posunutia x. Pre dané hodnoty zostrojte graf funkcie $F(x)$. Opíšte priebeh grafu funkcie $F(x)$.

c) Pre posunutie piestu P2 do krajnej polohy, $x = H$, určte hodnoty $y(H)$ a $F(H)$.

d) Vysvetlite, k akým výmenám energie dochádza v sústave počas posúvania piestu P2, a uveďte, ako sa v tomto prípade uplatňuje zákon zachovania energie.

e) Určte prácu W vykonanú silou F a teplo Q dodané do sústavy počas posunutia piestu P2 zo začiatočnej do konečnej polohy.

f) Z grafu funkcie $F(x)$ určte prácu W vykonanú silou F. Získanú hodnotu porovnajte s hodnotou určenou výpočtom.

Hodnoty pre číselné výpočty: $H = 30$ cm, $p_0 = 101$ kPa, $S = 100$ cm^2, $k = 200$ N/m.
Trenie medzi piestmi a rúrou považujte za zanedbateľne malé, prienik vzduchu medzi piestmi a stenou rúry neuvažujte. Teplota okolitého vzduchu sa počas deja nemení.
Pre konštrukciu grafu a jeho analýzu odporúčame použiť vhodný počítačový program, napr. MS EXCEL.

6. Rádioaktivita zemskej kôry

K tepelnej rovnováhe povrchu Zeme významne prispieva okrem tepla, ktoré postupuje k povrchu zo zemského jadra aj rádioaktivita zemskej kôry. V zemskej kôre sú prítomné mnohé rádioaktívne prvky, ktoré sa do nej dostali už pri vzniku Zeme. Z nich najvýznamnejšie sú urán, tórium, rubídium a draslík, ktoré majú polčasy premeny porovnateľné s vekom Zeme, a tak zostali až dodnes v dostatočnej koncentrácii. Najvýznamnejším rádioaktívnym zdrojom v zemskej kôre je draslík ^{40}K, ktorý v nej má najväčšie relatívne hmotnostné zastúpenie okolo $p_K = 2{,}2$ %. Zastúpenie uránu a tória, a teda aj ich aktivity, sú podstatne menšie, ako u draslíka.

Zo zemského povrchu je $p = 30$ % suchá Zem a 70 % je dno morí a oceánov. Priemerná hrúbka kontinentálnej zemskej kôry je 40 km oceánskej 10 km. Priemerná hustota kontinentálnej zemskej kôry je 2,7 g/cm^3 a oceánskej 2,9 g/cm^3.

a) Z uvedených hodnôt určte hmotnosť zemskej kôry. (Hmotnosť vody v oceánoch neuvažujte)

b) Určte priemernú hmotnostnú aktivitu α_{K40} vzorky zemskej kôry spôsobenú premenou draslíka ^{40}K, ak viete, že rádioaktívny izotop ^{40}K je v draslíku K zastúpený v pomere $q_{K40} = 0{,}012$ % a polčas β–premeny $T_{K40} = 1{,}25\times10^9$ r.

c) Druhý najaktívnejší prvok v zemskej kôre je rubídium ^{87}Rb s polčasom β–premeny $T_{Rb87} = 4{,}88\times10^{10}$ r. Rádioaktívny izotop ^{87}Rb je v rubídiu Rb zastúpený v pomere $q_{Rb87} = 27{,}8$ %. Hmotnostná aktivita vzorky zemskej kôry spôsobená premenou rubídia ^{87}Rb $\alpha_{Rb87} = 70$ Bq/kg. Určte relatívne hmotnostné zastúpenie p_{Rb} rubídia v zemskej kôre.

d) Určte tepelný výkon P, ktorý sa uvoľňuje pri rádioaktívnej premene draslíka ^{40}K v zemskej kôre, ak vieme, že pri jednej β–premene sa uvoľní energia $E_{K40}= 1{,}3$ MeV. Aký priemerný výkon P_1 pripadá na 1 m^2 povrchu Zeme.

Pozn.: Hmotnostná aktivita $\alpha = A/m$ je aktivita vzorky rádioaktívneho prvku s hmotnosťou 1 kg.

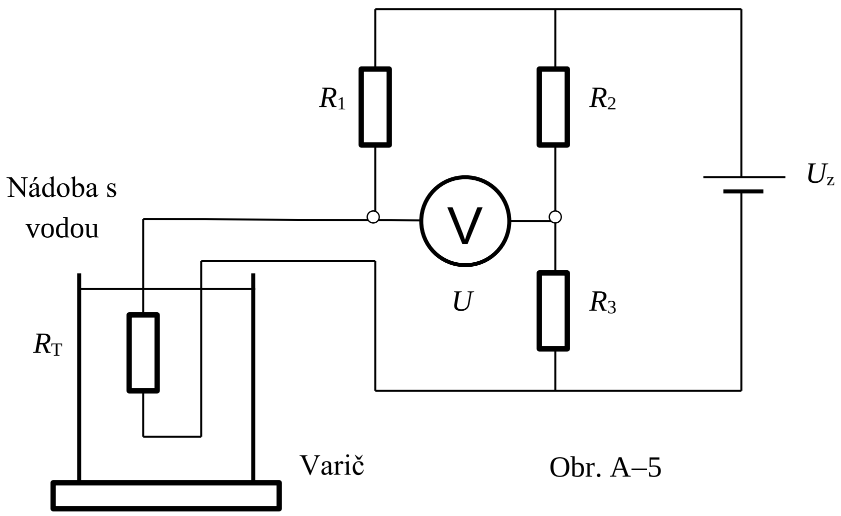
7. Meranie teplotnej závislosti odporu termistora – experimentálna úloha

Termistor je polovodičová elektronická súčiastka, ktorá sa vyznačuje výraznou teplotnou závislosťou elektrického odporu. Existujú dva typy termistorov – PTC termistory (Positive Temperature Coefficient), ktoré sa vyznačujú rastom odporu so zvyšovaním teploty a NTC termistory (Negative Temperature Coefficient), ktoré sa vyznačujú poklesom odporu so zvyšovaním teploty.

Úloha: Vyšetrite teplotnú závislosť odporu NTC termistoru.

Pomôcky: Odporový mostík, zdroj konštantného elektrického napätia do 24 V, varič, nádoba s vodou, digitálny multimeter, teplomer.

Postup: Obstarajte si NTC termistor (bežná cena približne 50 centov). Na meranie odporu zostavte Wheatstoneov odporový mostík podľa schémy na obr. A–5. Zmerajte odpor multimetrom nastaveným na meranie odporu pri izbovej teplote (hodnota R_{T0}). Odpor R_3 zvoľte približne rovný R_{T0}, odpory R_1, R_2 približne desaťnásobok R_{T0}.



Obr. A–5

Termistor vložte do nádoby s destilovanou vodou. Varičom vodu pomaly zohrievajte vodu.

a) Pre jednotlivé hodnoty teploty vody zmerané teplomerom zapíšte napätie U multimetra V.

b) Namerané hodnoty teploty a napätia zapíšte do tabuľky a zostrojte graf odporu R termistora ako funkcie teploty T.

Termistor je polovodič, ktorého odpor možno vyjadriť vzťahom

$$R_T = R_{T0}\, e^{\frac{E}{k}\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)}, \qquad (1)$$

kde $k = 1{,}38\times10^{-23}$ J·K^{-1} je Bolzmannova konštanta.

c) Vhodnou voľbou premenných veličín x, y linearizujte funkciu (1). Zostrojte graf y ako funkcie x. Bodmi grafu preložte trendovú priamku, určte jej parametre a z nich určte hodnotu E vo vzťahu (1). Výsledok vyjadrite v jednotkách eV.

61. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie A*

Autori návrhov úloh:	Ivo Čáp 1, 6, 7, Aba Teleki 4, Ľubomír Konrád 2, 3, 5
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha
Redakcia:	Ivo Čáp
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019