

## 61. ročník Fyzikálnej olympiády

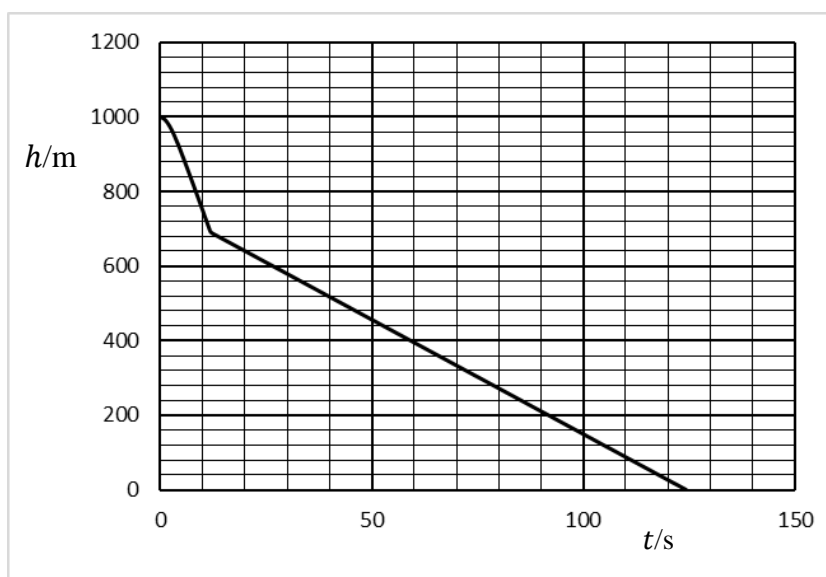
v školskom roku 2019/2020

kategória C – domáce kolo

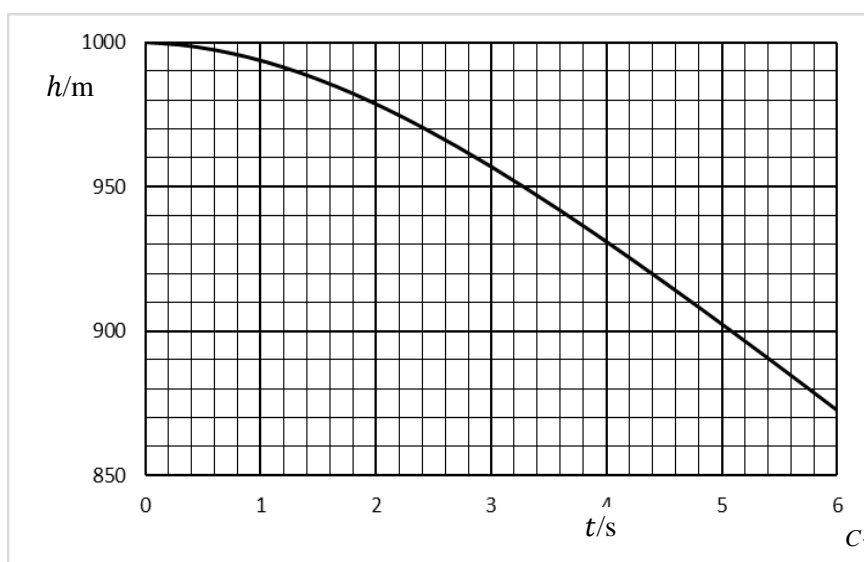
Texty úloh

### 1. Az ejtőernyős

Az ejtőernyős zuhanása tipikus példa a nem egyenletesen gyorsuló mozgásra. Egy ejtőernyős az ugrását az okostelefonján rögzítette, amelyen a „magasságmérő” alkalmazás lejegyezte az aktuális magasságot és időpontot. Az ejtőernyős tömege  $m = 100$  kg. A felvételt aztán odaadta a lányának, Janának, hogy elemezze. Jana a felvett adatokból megszerkesztette a föld feletti  $h$  magasság grafikonját a  $t$  idő függvényében (C–1 ábra). Az ugrás első szakaszát tartotta a legérdekesebbnek, ezért ezt a szakaszt egy részletesebb grafikonban ábrázolta (C–2 ábra), ahol az  $h = f(t)$  függvényt az első 6 másodpercre szerkesztette meg.



C–1 ábra



C–2 ábra

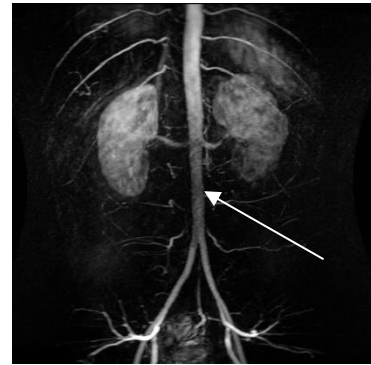
- a) Állapítsák meg a C–1 ábrán látható grafikonból, hogy mikor ( $t_1$ ), és milyen magasságban ( $h_1$ ) a talaj szintje felett nyílt ki az ejtőernyős ejtőernyője! Milyen típusú mozgást végzett az ejtőernyő kinyitása előtt, és milyen utána?

- b) Szerkesszék meg, a C–2 ábrán látható grafikon segítségével, az ejtőernyős  $v$  sebességét a  $t$  idő függvényeként az ugrás első 6 másodpercére!
- c) Tételezzék fel, hogy az ejtőernyősre ható gravitációs erőn kívül  $F_0 = -kv^2$  közegellenállási erő is hat! Szerkesszék meg, a C–2 ábra grafikonja segítségével, az ejtőernyősre ható közegellenállási erőt, mint az  $x = v^2$  változó függvényét – az erő ettől a változótól lineárisan függ! Határozzák meg a grafikonból a  $k_1$  közegellenállási együtthatót abban a fázisban, amikor nincs nyitva az ejtőernyő! Mekkora  $v_1$  maximális sebességet érne el az ejtőernyős, ha nem nyílna ki az ejtőernyője?
- d) Határozzák meg a C–1 ábrán látható grafikonból, mekkora  $v_2$  sebességgel süllyedt az ejtőernyős nyitott ejtőernyővel, és mekkora volt a  $k_2$  közegellenállási együttható! Mekkora volt az ejtőernyősre ható  $p = F/F_g$  terhelés az ejtőernyő kinyitásakor, ha a zuhanási sebessége  $\Delta t \approx 1,0$  s alatt állandósult?

Tételezzék fel, hogy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . A b) és c) részfeladatokban megadott grafikonok megszerkesztésénél elégséges, ha az egész másodpercekre meghatározott értékeket tüntetik fel a grafikonokban. Az érintő megszerkesztéséhez tükör használatát javasoljuk: tegyék a tükröt a kívánt pontban a görbére, és addig állítsanak a tükrön, amíg a görbe és annak tükörképe nem ad egy sima (törés nélküli) görbét! Ekkor a tükör síkja merőleges az érintőre, így annak megszerkesztése egyszerű.

## 2. Verőértágulat

A verőértágulat (*aneurysma*) életveszélyes elváltozás, amely inkább idősebb korban jelentkezik. A hasi aorta esetében abdominális aorta aneurysmáról beszélünk, ha a tágulat átmérője 50 %-kal meghaladja a normális átmérőt. Normálállapotban az aorta belső átmérője 2 cm, de az érfal rétegeinek meggyengülése következtében akár a háromszorosa is lehet. Ha az aorta elpat-tan, erős, életveszélyes belső vérzést eredményezhet.



C-3 ábra

Vizsgáljuk a következő leegyszerűsített modellt! A rugalmas falú verőér belső átmérője  $d_1 = 20$  mm, az érfal vastagsága  $h_1 = 1,6$  mm. A verőéren áthaladó vér átlagos térfogati árama  $Q_{V0} = 2,5$  l/min. A szívmok összehúzódásakor rövid időre (szisztolés nyomás) a véráram a  $Q_{V0}$  érték tízszeresére nő.

A szisztolés vérnyomás  $p_1 = 120$  mmHg (az érfal belső és külső felülete közti nyomáskülönbség). Tételezzék fel, hogy a véráram sebessége minden pillanatban az ér teljes keresztmetszetében azonos!

- a) Határozzák meg szisztolés nyomáson a véráram  $v_1$  sebességét, valamint az erekben fellépő  $\sigma_1$  mechanikai feszültséget! Fejzzék ki a  $p_1$  nyomást SI mértékegységben!

Az érfal rugalmasságának csökkenése az ér kitéágulását eredményezte, és az ér belső átmérője  $d_2 = 42$  mm. Tételezzék fel, hogy az ér vonalsűrűsége és az érfal sűrűsége nem változott!

- b) Határozzák meg a verőér érfalának  $h_2$  vastagságát!

- c) Mekkora szisztolés nyomáson az értágulatban a véráram  $v_2$  sebessége,  $p_2$  nyomása, valamint az érfalban fellépő  $\sigma_2$  mechanikai feszültség? Lényeges az érfalban fellépő mechanikai feszültség megnövekedése?

Tételezzék fel, hogy az érfal vastagsága kicsi ( $h \ll d$ )!

A vér sűrűsége  $\rho \approx 1,06 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>.

### 3. Repülés hőlégballonnal

Kedvelt időtöltés a hőlégballonnal való repülés. Tételezzék fel, hogy a hőlégballon szerkezeti tömege  $m = 120$  kg (a ballon anyaga, égők, kosár, nehezékek). Ez a ballon egy  $m_p = 160$  kg tömegű legénységet emel a levegőbe. A ballon alsó részében van a nyílás, amelyen keresztül befújják a forró levegőt. A ballon belsejében levő nyomás megegyezik a környezet légköri nyomásával. Tételezzék fel, hogy a környező légkör hőmérséklete  $t_0 = 20$  °C, és a magassággal nem változik! Az égők a ballon belsejében levő levegő hőmérsékletét  $t_v = 80$  °C-on tartják. A földön a ballon le van horgonyozva, ekkor töltik fel a ballon belsejét, az égők segítségével, forró levegővel. Tételezzék fel, hogy a ballon  $V$  térfogata a repülési magassággal nem változik!

- a) A föld felszínén a légköri nyomás  $p_{a0} = 101$  kPa. Határozzák meg a  $p_a$  légköri nyomást a  $h$  magasság függvényeként, feltételezve, hogy a levegő sűrűsége az adott tartományban nem változik lényegesen, értéke megegyezik a levegő  $\rho_{a0}$  sűrűségével a föld felszínén!
- b) A valóságban a levegő sűrűsége változik a  $p_a$  légköri nyomással. Határozzák meg a levegő sűrűségének relatív  $\eta = \Delta\rho_0/\rho_0$  változását, amikor a ballon  $h_1 = 400$  m-re emelkedik el a föld felszínétől, és ha a  $p_a$  légköri nyomás az a) részfeladatban meghatározott módon változik!

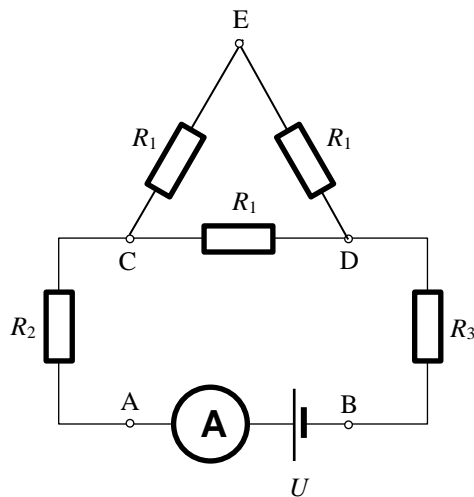
A következő részekben vegyék figyelembe, hogy a  $p_a$  légnyomás és a levegő  $\rho$  sűrűsége a  $h$  magassággal változik!

- c) Mekkora kell lennie a hőlégballon  $V$  térfogatának, hogy a legénység  $h_2 = 200$  m magasba emelkedhessen a föld felszíne fölé! Mekkora a hőlégballon  $d$  átmérőle, ha közelítőleg gömb alakja van?
- d) Mennyivel ( $\Delta h$ ) emelkedik a ballon és legénysége magasabbra a c) részfeladat alapján, ha a kosárból kidobnak egy  $m_z = 20$  kg tömegű nehezéket?

A levegő moláris tömege  $M_m = 29 \times 10^{-3}$  kg  $\cdot$  mol $^{-1}$ , a gázállandó  $R = 8,3$  J  $\cdot$  K $^{-1}$   $\cdot$  mol $^{-1}$ ,  $g = 9,8$  m  $\cdot$  s $^{-2}$ .

#### 4. Rezisztorok összekapcsolása

Három  $R_1 = 15 \Omega$  ellenállású rezisztort az ECD háromszögbe kapcsolunk. A C és D csomópontokat az  $R_2 = 30 \Omega$  és  $R_3 = 45 \Omega$  ellenállású rezisztorokkal csatlakoztatjuk az  $U = 9,0 \text{ V}$  feszültségű áramforráshoz (C–4 ábra). Az A amperméterrel az áramforrásban folyó áramot mérjük. Vezetők segítségével változtathatjuk az A és B pontokhoz csatlakoztatott külső áramkör ellenállását.



C–4 ábra

Határozzák meg, az alább leírt részfeladatokban (a-d), az áramkör A és B csomópontok közötti  $R$  ellenállását, az áramforrásban folyó  $I$  áramot, az áramforrás  $P$  teljesítményét, valamint a CDE elektromos háromszög  $P_T$  bemeneti teljesítményét! Rajzolják le a b), c) és d) részfeladatokban leírt áramkörök kapcsolási rajzát!

- A kapcsolási rajz a C–4 ábrán látható.
- A C–4 ábrán látható áramkörben vezetővel rövidre zárjuk az A és C csomópontokat.
- A C–4 ábrán látható áramkörben vezetővel rövidre zárjuk az A és E csomópontokat.
- A C–4 ábrán látható áramkörben vezetővel rövidre zárjuk az A és E csomópontokat, valamint a B és D csomópontokat.

Az áramforrás és az amperméter belső ellenállása elhanyagolhatóan kicsi a többi rezisztor ellenállásához viszonyítva.

## 5. Fast Heater

A televízióban hirdetett elektromos hőszugárzóról (Fast Heater) azt állítják, hogy rövid idő alatt melegíti fel a helységet. Főleg egyetlen helység levegőjének felmelegítésére alkalmas. A berendezés kicsi, vezeték nélküli, egyenesen a hálózati konnektorba kell csatlakoztatni (C-5 ábra). Egy keramikus fűtőtestből, ventilátorból, időzítőből és hőmérséklet-szabályzóból áll. A gyártó által feltüntetett bemeneti teljesítmény  $P = 350 \text{ W}$ , legfeljebb  $S = 20 \text{ m}^2$  alapterületű és  $h = 2,5 \text{ m}$  magasságú helység fűtésére alkalmas.



Obr. C-5

- Határozzák meg a levegő  $\rho$  sűrűségét és  $m$  tömegét a helységben, ha nyomása  $p = 100 \text{ kPa}$ , hőmérséklete pedig  $t_1 = 18 \text{ }^\circ\text{C}$ !
- Határozzák meg a levegő  $C_{pm}$  moláris hőkapacitását állandó nyomáson, valamint a helység levegőjének  $C_p$  hőkapacitását állandó nyomáson!
- Mennyi idő alatt ( $\tau$ ) melegszik fel a helység levegője a  $t_1$  hőmérsékletről  $t_2 = 23 \text{ }^\circ\text{C}$  hőmérsékletre? Tételezzék fel, hogy a hőszugárzó csak a helység levegőjét melegíti, a hő egyenletesen oszlik el, és a hőveszteség elhanyagolhatóan kicsi! Indokolt a termék (Fast Heater – szószerinti fordításban „gyors melegítő”) megnevezése?

A feladatot oldják meg általánosan, majd a megadott értékekre!

A levegő moláris tömege  $M_m = 29 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,

az egyetemes gázállandó  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

A levegőről tételezzék fel, hogy kétatomos molekulákból álló ideális gáz!

## 6. Az ember lábnyoma a Holdon

2019-ben ünnepeltük a Holdra szállás 50. évfordulóját (1969. július 21. – Neil Armstrong és Edwin Aldrin). Az Apollo 11 űrhajót a Saturn V hordozórakéta első két fokozata vitte fel  $h = 190$  km magasba, ahol Föld körüli körpályára állt. A Holdhoz a hordozórakéta harmadik fokozata indította el az Apolló űrhajót, majd levált róla.

a) Határozzák meg az űrhajó  $v_0$  sebességét a Föld körüli körpályáján!

A körpálya bizonyos pontján bekapcsolták a harmadik fokozat hajtóműveit, amely az űrhajót a Holdra vezető  $v_1$  indítási sebességre gyorsította. Az indítási sebesség elérése és a megközelítési pályára állás után a harmadik fokozat levált, az Apollo 11 szabadon mozgott a Föld gravitációs terében a Hold felé.

Tételezzék fel, első megközelítésben, hogy az űrhajó mozgását csak a Föld gravitációs tere határozta meg (a Nap és a Hold gravitációs terét ne vegyék figyelembe)!

b) Határozzák meg, hogy a Föld és Hold középpontját összekötő egyenesen a Földkörüli pálya melyik pontján gyorsított az űrhajó a  $v_0$  sebességről a  $v_1$  indítási sebességre! Készítsenek vázlatos rajzot feltüntetve a Föld körüli körpályát, és a Holdat legelőnyösebben megközelítő elliptikus pályát!

c) Határozzák meg a  $v_1$  indítási sebességet, amellyel az űrhajót a kívánt Hold körüli pályát! Határozzák meg, mekkora  $v_2$  sebességgel éri el az űrhajó a Hold körüli pályát!

d) Mennyi idő alatt ( $t$ ) ér el az űrhajó a földkörüli körpályáról a holdkörüli pályára?

A valóságban az űrhajó 1969. július 16-án 13:32-kor hagyta el a földkörüli pályát, és 1969 július 19-én 17:21-kor érkezett a holdkörüli pályára. A Holdról visszavezető utat július 22-én 4:55-kor kezdték meg, és a Földre 1969. július 24-én 16:35-kor érkeztek meg.

e) Mekkora  $r_0$  távolságban zéró a Föld és Hold együttes gravitációs tere? Ezt a távolságot a Föld középpontjától mérjük a Föld és Hold középpontját összekötő egyenesen.

f) Magyarazzák meg, hogy miért tartott a valós út a Földről a Holdra rövidebb ideig, mint amit a d) részfeladatban kiszámított  $t$  idő, és miért tart a valós út a Földről a Holdra tovább, mint a visszaút! Magyarazzák el, hogy holdtöltekor vagy újholdkor előnyösebb a Földről a Holdra, ill. a Holdról a Földre indulni!

Nézzenek utána a <http://kalendar.aktuality.sk/lunarny/rok/1969/> honlap adataiban, hogy milyen fázisában volt a Hold, amikor az Apolló 11 elindult a Földről, és milyen fázisában, amikor visszaindult a Holdról!

A számításhoz szükséges adatokat keressék ki táblázatokban, vagy az interneten!

## 7. Folyadék viszkozitásának mérése – kísérleti feladat

A folyadékban (gázban) mozgó testre ellenállási erő hat, amit a testet körbefolyó folyadék fejt ki a testre. Ha a test sebessége a folyadékhoz viszonyítva kicsi, és a test alakja egyszerű, a folyadék laminárisan áramlik a test körül, és az ellenállás a folyadék viszkozitási ellenállása. Ekkor, az ellenállási erő egyenesen arányos a test folyadékhoz viszonyított sebességével és a folyadék viszkozitásával. Ebben a feladatban matematikai inga segítségével fogják mérni a folyadékban haladó (acél-, ólom, üveg-) golyóra ható viszkozitási ellenállást.

Rögzítsenek (pl. pillanatragasztóval) egy nagyjából 1 m hosszú fonalat egy nagyjából 1 cm átmérőjű golyóhoz! A fonál másik végét rögzítsék megfelelő tartóba, állványba!

- a) Mérjék meg a golyó  $m$  tömegét,  $d$  átmérőjét, és a fonál  $L$  hosszát!
- b) Mérjék meg, a lehető legpontosabban, az inga kis lengéseinek periódusidejét, és hasonlítsák össze azzal az értékkel, amit egy  $l = L + d/2$  fonálhosszúságú matematikai inga esetében kapnak.

Ha az inga alá egy edényt helyeznek folyadékkal, amiben a golyó teljesen elmerül, a folyadék ellenállása fékezni fogja az inga mozgását. Tételezzük fel, hogy a golyó nyugalmi állapotból való kis vízszintes  $x$  kitérése esetében a golyó mozgása elég lassú ahhoz, hogy a folyadék laminárisan áramoljon körülötte, létrehozva a viszkozitási ellenállást! Ebben az esetben a golyó mozgását fékező  $F$  ellenállási erőt az  $F = -3\pi\eta vd$  Stokes-törvény adja meg, ahol  $\eta$  a folyadék viszkozitása,  $v$  a golyó folyadékhoz viszonyított sebessége és  $d$  a golyó átmérője.

A golyó mozgási egyenletét, kis  $x$  kitérésekre a következő alakban írhatjuk

$$a + 2bv + \omega_0^2 x = 0, \quad (1)$$

ahol  $v$  a golyó sebessége,  $a$  pedig a gyorsulása.

- c) Vezessék le, és fejezzék ki az (1) mozgásegyenletben szereplő  $b$ , valamint  $\omega_0$  állandókat!

Amennyiben  $b < \omega_0$  (gyenge csillapítás) az (1) egyenlet megoldása

$$x(t) = x_0 e^{-bt} \cos(\omega t) \quad \text{ahol} \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}, \quad \text{tehát} \quad \ln\left(\frac{x_0}{x}\right) = bt \cos(\omega t).$$

Ha az egyik irányba való maximális kitérés  $x_n$  (ekkor  $\cos(\omega t) = 1$ ), azt kapjuk, hogy  $\ln\left(\frac{x_0}{x}\right) = bt_n$ .

- d) Mérjék meg az  $(x_n, t_n)$  értékek sorozatát, írják táblázatba, és szerkesszék meg a  $t_n$  és  $\ln(x_0/x_n)$  változók grafikonját! Határozzák meg a grafikonból  $b$  értékét, és számítsák ki az  $\eta$  viszkozitás értékét!

A mérést két különböző folyadékra (pl. vízre és olajra) végezzék el! A kitéréseket egy, a folyadék felszíne fölé és a felfüggesztés mögé helyezett hossz mérő segítségével mérik! Ajánlatos a kísérletet videóra venni, és a szükséges adatokat a felvétel segítségével lemérni.