

**61. ročník Fyzikální olympiády**  
v školskom roku 2019/2020  
kategória D – domáce kolo  
Texty úloh

Pozor: Oprava zadania úlohy 2 - Raketa

### 1. Rozbeh metra

Keď bol Jurko na návšteve v Prahe, obdivoval rýchlo sa rozbiehajúci vlak metra. Rozhodol sa, že využije svoj mobil a pomocou neho premeria rozbeh vlaku. Najprv potreboval vedieť, ako dlhý je jeden vozeň. Pomocou funkcie krokomer (pedometer) a GPS zistil, že na prejdienie vzdialenosti  $s = 300$  m potreboval  $N_1 = 430$  krokov. Na nástupišti metra počas zastávky vlaku zistil, že dĺžka jedného vozňa je  $N_2 = 27,5$  kroku. Potom na mobile nastavil funkciu snímanie videa. Kameru namieril kolmo na začiatok prvého vozňa. V okamihu začiatku pohybu zapol videozáznam. Zaznamenal celý rozbeh vlaku s  $n_v = 5$  vozňami.

Keď prišiel domov, pozrel si video a z časových údajov pri jednotlivých snímkach zistil časy prechodu koncov vozňov pred kamerou od okamihu začiatku rozbehu vlaku. Údaje si zapísal do tabuľky.

Vozeň $n$	začiatok	1	2	3	4	5
Čas $t_n$ (s)	0,0	4,10	5,80	7,10	8,20	9,10

- V tabuľke pridajte ďalší riadok, v ktorom pre každý čas  $t_n$  doplňte priemernú rýchlosť  $v_{pn}$ , ktorou sa vlak pohyboval od začiatku pohybu do času  $t_n$ . Nakreslite graf  $v_{pn}$  ako funkciu času  $t_n$ . V grafe vyneste trendovú priamku a posúďte, o aký pohyb vlaku z hľadiska kinematiky ide.
- Z grafu určte priemerné zrýchlenie  $a$  pohybu počas rozbehu vlaku. Určte okamžitú rýchlosť  $v_n$ , ktorou prechádzal koniec  $n$ -tého vozňa okolo kamery. Výsledky doplňte do ďalšieho riadku tabuľky.

Určte rýchlosť  $v$ , ktorou vlak, keď opúšťal stanicu.

## 2. Raketa

Chlapci si urobili raketu a testovali ju za mestom, kde nemohli nikoho ohroziť. Pri lete rakety merali čas letu. **Po zapnutí motora raketa stúpala zvislo nahor po dobu  $t_1 = 5,0$  s, kým sa motor nevypol.** Potom raketa ešte chvíľu stúpala a nakoniec dopadla na zem v čase  $t_2 = 8,0$  s po vypnutí motorov.

Predpokladali, že účinkom motora raketa stúpala rovnomerne zrýchleným pohybom až do vypnutia motora.

a) Určte akú maximálnu rýchlosť  $v_0$  dosiahla raketa počas stúpania a aké bolo priemerné zrýchlenie  $a$  rakety počas stúpania pri zapnutom motore.

b) Určte akú maximálnu výšku  $h_m$  raketa dosiahla.

Odpor vzduchu neuvažujte. Gravitačná konštanta  $g = 9,8$  N/kg.

## 3. Zrážka guľôčok

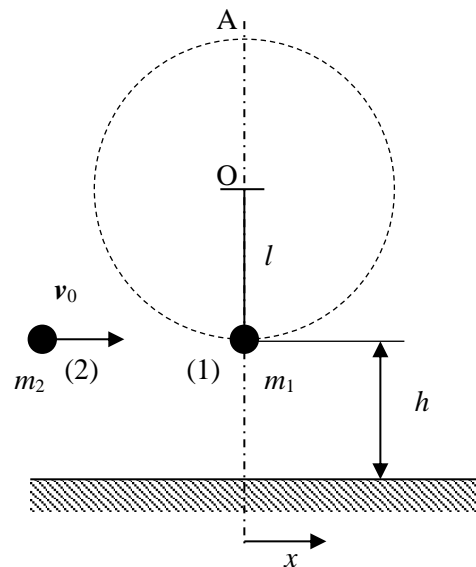
Na tenkom vlákne s dĺžkou  $l = 200$  mm a pevnosťou  $F_p = 3,0$  N je zavesená oceľová guľôčka (1) s hmotnosťou  $m_1 = 50,0$  g vo výške  $h = 12,0$  cm nad stolom. Do guľôčky (1) stredovo narazí vo vodorovnom smere oceľová guľôčka (2) s hmotnosťou  $m_2 = 100$  g, obr. D-1. Zrážka guľôčok je dokonale pružná.

a) Určte minimálnu hodnotu  $v_{01}$  rýchlosti  $v_0$  guľôčky (2), aby guľôčka (1) po zrážke prešla najvyšším bodom A svojej kružnicovej trajektórie.

b) Určte minimálnu hodnotu  $v_{02}$  rýchlosti  $v_0$  guľôčky (2), aby sa vlákno po zrážke pretrhlo.

c) Určte súradnice  $x_1$  a  $x_2$  a časy  $t_1$  a  $t_2$  dopadu guľôčok na stôl, ak guľôčka (2) narazí do guľôčky (1) rýchlosťou  $v_{02}$ .

Vlákno považujte za neroztiahnuteľné.



Obr. D-1

#### 4. Objemová hmotnosť piesku – experimentálna úloha

U sypkých materiálov, napr. v stavebníctve, sa používa veličina *objemová hmotnosť* definovaná ako hmotnosť materiálu delená jeho objemom. U kompaktného materiálu sa používa častejšie veličina *hustota*. Tak napr. suchý piesok má určitú objemovú hmotnosť a jednotlivé zrnká piesku majú určitú hustotu. V sypkom materiáli je časť objemu vyplnená vzduchom alebo u vlhkého navyše aj vodou.

Na experiment si obstarajte približne 1 kg suchého jemného piesku (napr. piesok do akvária). Možno použiť aj piesok z pieskoviska, ale najprv ho treba vyprať, zbaviť hrubých nečistôt a kamienkov a potom vysušiť. Pred meraním piesok preosejte hustým (kuchynským) sitom, aby sa z neho odstránili malé prachové častice, ktoré sitom prepadnú.

Úlohy:

- Navrhňte čo najpresnejšiu metódu na určenie objemovej hmotnosti suchého piesku a pomocou navrhnutej metódy určte objemovú hmotnosť  $\rho_1$  vzorky suchého piesku.
- Navrhňte čo najpresnejšiu metódu na určenie priemernej hustoty zrniek piesku a pomocou navrhnutej metódy určte priemernú hustotu  $\rho_2$  zrniek vzorky piesku.
- Piesok nasypťe do nádoby s vodou a potom obsah nádoby vylejte do sita. Nechajte vodu odkvapkať (približne 10 minút) a získate tak mokrý piesok. Navrhňte metódu na určenie objemovej hmotnosti mokrého piesku a pomocou tejto metódy určte objemovú hmotnosť  $\rho_3$  mokrého piesku zo sita.
- Z výsledkov meraní určte akú časť  $p_1$  (vyjadrenú v %) objemu zaberá vzduch v suchom piesku. Určte akú časť  $p_2$  objemu zaberá voda v mokrom piesku.
- Meranie a výpočty urobte s dvomi alebo viacerými vzorkami piesku s rôznymi veľkosťami zrniek (jemnozrnným a hrubozrnným) a výsledky  $p_1$  a  $p_2$  porovnajte. Rozdiely vysvetlite.

*Pozn.: Na získanie piesku s rôznou zrnitosťou možno použiť jemné sito.*

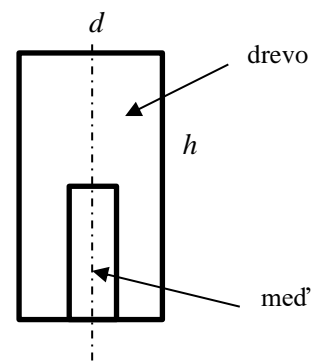
#### 5. Valec vo vode

V homogénnom drevenom valci s hustotou  $\rho_d = 700 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , priemerom  $d = 60 \text{ mm}$  a výškou  $h = 80 \text{ mm}$  je vyvrtaná valcová dutina s výškou  $h/2$ , ktorej os je totožná s osou valca. Do dutiny je zasunutý medený valec s hustotou  $\rho_m = 8,9 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a hmotnosťou  $m_m$ , ktorý dutinu celkom vyplňuje, obr. D–2.

- Odvoďte vzťah pre hmotnosť  $m$  valca so záťažou (medeným valcom) pomocou veličín  $d$ ,  $h$ ,  $m_m$ ,  $\rho_d$ ,  $\rho_m$ .

Vo vysokej valcovej nádobe s vnútorným priemerom  $D = 100 \text{ mm}$  je voda s hustotou  $1,0 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , pričom výška vodného stĺpca  $H > h$ . Do vody v nádobe vložíme drevený valec so záťažou.

- Určte podmienku pre hmotnosť  $m_m$  medenej záťaže, aby valec so záťažou na hladine vody plával.
- Určte zmenu  $\Delta H$  výšky hladiny vody v nádobe po vložení dreveného valca, ako funkciu hmotnosti  $m_m$  medenej záťaže.
- Určte zmeny  $\Delta H_i$  pre dve hodnoty hmotnosti medeného valca  $m_{m1} = 50 \text{ g}$  a  $m_{m2} = 100 \text{ g}$ .



Obr. D–2

## 6. Závažia na kladke

Na obr. D–3 je znázornená mechanická sústava, ktorá pozostáva z dvoch kladiek K1 a K2, jednej pevnej a druhej voľnej, vlákna a dvoch telies T1 a T2.

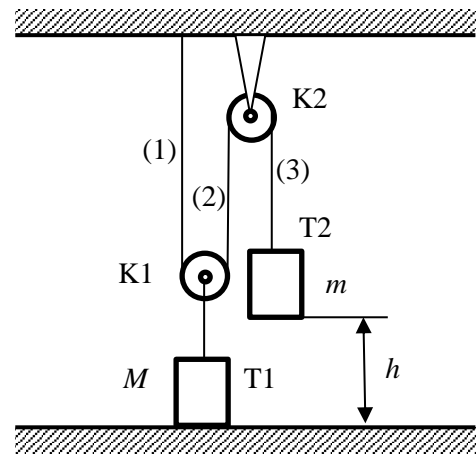
Na začiatku je teleso T1 s hmotnosťou  $M = 1,0 \text{ kg}$  na podložke a teleso T2 s hmotnosťou  $m$  vo výške  $h = 50 \text{ cm}$  nad podložkou, obr. D–3.

- Nakreslite obrázky jednotlivých kladiek K1, K2 a telies T1, T2 a znázornite v nich sily pôsobiace na jednotlivé kladky a telesá podľa obr. D–3, keď je sústava v pokoji. Uveďte, ako sa v takom prípade určia veľkosti jednotlivých síl.
- Určte maximálnu hodnotu  $m_1$  hmotnosti telesa T2, pre ktorú zostáva sústava v pokoji. Pre hmotnosť  $m \leq m_1$  určte veľkosti  $F_{k1}$  a  $F_{k2}$  síl, ktoré pôsobia na osi kladiek K1 a K2.

V ďalšom predpokladajte hmotnosť telesa T2  $m > m_1$ . Na začiatku držíme teleso T2 vo výške  $h$  nad podložkou podľa obr. D–3 v pokoji. Po uvoľnení sa začne teleso T2 pohybovať smerom nadol.

- Určte rýchlosť  $v$ , ktorou teleso T2 dopadne na podložku, ako funkciu  $f_1(m)$  hmotnosti  $m$ . Nakreslite graf tejto funkcie.
- Určte čas  $t$ , za ktorý teleso T2 klesne zo začiatočnej polohy na podložku, ako funkciu  $f_2(m)$  hmotnosti  $m$ . Nakreslite graf tejto funkcie.

Hmotnosti kladiek a vlákna sú veľmi malé v porovnaní s hmotnosťami zavesených telies, ich hmotnosti a momenty zotrvačnosti kladiek neuvažujte. Trenie v sústave neuvažujte. Tiažové zrýchlenie  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .



Obr. D–3

## 7. Planéty

Častým objektom astronomických pozorovaní je planéta Mars. V júli 2018 nastala „veľká opozícia“ Marsu, pri ktorej bola zdanlivá veľkosť Marsu na oblohe najväčšia. Najvýhodnejšie je pozorovanie v čase opozície (Mars je voči Zemi na opačnej strane od Slnka). Zdanlivá veľkosť Marsu počas opozície závisí od jeho vzdialenosti od Zeme. Zem i Mars obiehajú okolo Slnka približne v tej istej rovine po eliptických trajektóriách. Sprievodič aféliom A Zeme je od sprievodiča perihéliom P Marsu odchýlený približne o  $70^\circ$ . Zatiaľ čo trajektória Zeme má malú relatívnu excentricitu  $e_Z = 0,0167$ , relatívna excentricita trajektórie Marsu  $e_M = 0,0934$  je podstatne väčšia. K maximálnemu priblíženiu Marsu k Zemi dochádza pri opozícii v čase prechodu Marsu perihéliom.

- Hlavná polos eliptickej trajektórie Zeme  $a_Z = 149,6$  mil. km. Zmeraná doba obehu Zeme okolo Slnka  $T_Z = 365,25$  d a obehu Marsu okolo Slnka  $T_M = 686,96$  d. Určte hlavnú polos  $a_M$  trajektórie Marsu, vzdialenosť  $r_{AZ}$  afélie Zeme a vzdialenosť  $r_{PM}$  perihélie Marsu od Slnka. Určte minimálnu vzdialenosť Marsu od Zeme, ak by oba body A a P ležali na spoločnom sprievodiči.
- Priemer Marsu  $d_M = 6\,805$  km. Určte uhlovú veľkosť  $\varphi$  Marsu pri pozorovaní zo Zeme v čase maximálneho priblíženia.
- Určte periódu  $T_o$  opakovania opozície Marsu. Určte periódu  $T_{vo}$  „veľkej opozície“ a určte rok, v ktorom sa očakáva nasledujúca „veľká opozícia“ Marsu, tzn. rok maximálneho priblíženia Marsu k Zemi.

*Pozn.: Relatívna excentricita elipsy  $e = f/a$ , kde  $a$  je hlavná polos a  $f$  ohnisková vzdialenosť.*

---

61. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie D

Autori návrhov úloh:	Eubomír Konrád (1, 3, 5), Kamil Bystrický (2), Ivo Čáp (4, 6, 7)
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Daniel Klivanec, Eubomír Mucha
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020