

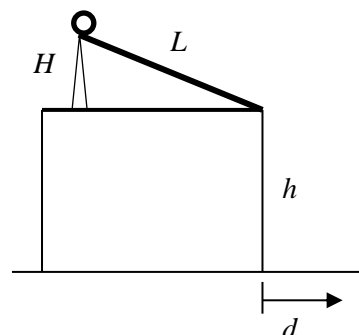
**61. ročník Fyzikálnej olympiády**  
v školskom roku 2019/2020  
kategória A – krajské kolo  
Texty úloh

**1. Gul'a na naklonenej rovine**

Na stole sa nachádza doska s dĺžkou  $L$ , ktorá má jeden koniec na hrane stola a druhý je podporený tak, že sa nachádza vo výške  $H$  nad povrchom stola. Povrch stola je vo výške  $h$  nad podlahou, obr. A2–1.

Na horný koniec dosky položíme homogénnu guľôčku a uvoľníme ju ( $t = 0$ ). Guľôčka sa pohybuje po doske bez prešmykovania.

- Akou veľkou rýchlosťou  $v_1$  sa pohybuje hmotný stred guľôčky na dolnom konci dosky, a akou veľkou rýchlosťou  $v_2$  pri dopade na podlahu?
- Určte vodorovnú vzdialenosť  $d$  bodu dopadu guľôčky na podlahu od zvislej hrany stola.
- Určte okamih  $t_1$ , v ktorom guľôčka bude na dolnom konci dosky, a okamih  $t_2$  jej dopadu na podlahu.



Obr. A2–1

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty:  $L = 80$  cm,  $H = 40$  cm,  $h = 100$  cm,  $g = 9,8$  m·s<sup>-2</sup>.

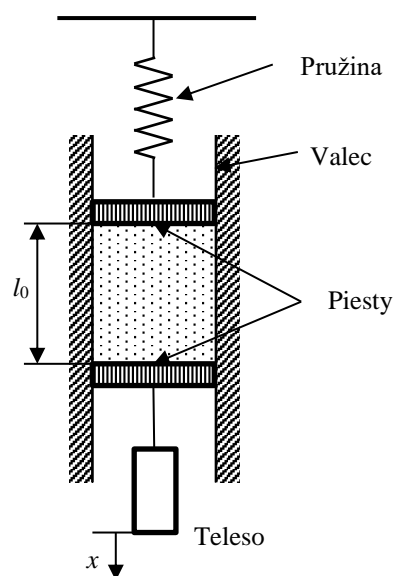
Moment zotrvačnosti homogénnej gule s hmotnosťou  $m$  a polomerom  $r$  vzhľadom na jej os  $J = (2/5) m r^2$ . Polomer guľôčky je veľmi malý v porovnaní s výškami  $h$  a  $H$ .

**2. Kmitavá sústava**

Na obr. A2–2 je znázornená sústava, ktorú tvoria valec, dva piesty s obsahom prierezu  $S = 20,0$  cm<sup>2</sup> a veľmi malou hmotnosťou, vzduch medzi piestmi, pružina s tuhosťou  $k_p = 500$  N·m<sup>-1</sup>, na ktorej je zavesený horný piest, teleso s hmotnosťou  $m = 2,50$  kg zavesené na spodnom piestu. Dĺžka vzduchového stĺpca v začiatočnej rovnovážnej polohe je  $l_0 = 150$  mm.

- Určte začiatočný tlak  $p_0$  vzduchu medzi piestmi.
- Určte zmenu  $\Delta l$  dĺžky vzduchového stĺpca ako lineárnu funkciu posunutia  $x \ll l_0$  telesa zo začiatočnej rovnovážnej polohy. Predpokladajte, že medzi vzduchom, valcom a piestmi nedochádza k tepelnej výmene.

Určte zmenu dĺžky  $\Delta l_1$  vzduchového stĺpca pre posunutie telesa  $x_1 = 12,0$  mm.



Obr. A2–2

- c) Telesu v rovnovážnej polohe udelíme rýchlosť  $v_0 = 50,0 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$  vo zvislom smere nahor. Určte maximálnu výchylku  $x_m$  telesa z rovnovážnej polohy a periódu  $T$  kmitov telesa. Overte splnenie podmienky malých kmitov.

Predpokladajte, že vzduch vo valci je dokonale tepelne izolovaný od piestov a stien valca.

Hodnoty veličín: tiažové zrýchlenie  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ , atmosférický tlak  $p_a = 101 \text{ kPa}$ , adiabatická konštanta vzduchu  $\kappa = 1,40$ . Hmotnosť piestov, vzduchu a pružiny neuvažujte.

### 3. LHC

V tomto roku uplynie 10 rokov od začiatku výskumného programu na urýchľovači LHC (Large Hadron Collider) v CERN vo Švajčiarsku, ktorý sa začal 30. 3. 2010. V urýchľovači LHC sa urýchľujú jednak protóny, jednak jadrá olova. Častice dvoch protismerných zväzkov sa zrážajú, pričom vznikajú rôzne iné častice. Kružnicový tunel urýchľovača má dĺžku  $L = 26\,659 \text{ m}$ . Kružnicovú trajektóriu zabezpečuje magnetické pole 1 232 supravodivých magnetov, rozmiestnených rovnomerne po celej dĺžke tunela. V jednom úseku kružnicovej trajektórie je urýchľovač, ktorý spôsobuje zvýšenie energie častíc pri každom obehu.

- a) Protóny dosahujú v urýchľovači kinetickú energiu  $E_{kp} = 7,0 \text{ TeV}$ . Určte zodpovedajúcu relativistickú hmotnosť  $m_{pr}$  a relatívny rozdiel  $(c - v_p) / c$  rýchlosti  $c$  svetla vo vákuu a rýchlosti  $v_p$  protónu. Relativistickú hmotnosť protónu vyjadrite v jednotkách  $1 u$ , kde  $1 u \approx 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$  je atómová hmotnostná konštanta.
- b) Nakreslite obrázok častice v bode krátkého úseku trajektórie a vyznačte v ňom vektory  $\mathbf{v}$  okamžitej rýchlosti, vektora  $\mathbf{B}$  magnetickej indukcie a vektor  $\mathbf{F}$  sily, ktorá pôsobí v magnetickom poli na časticu. Určte indukciu  $\mathbf{B}$  magnetického poľa supravodivých magnetov, ktorá je potrebná na udržanie protónov s energiou  $E_p = 7,0 \text{ TeV}$  na kružnicovej trajektórii v tuneli. Predpokladajte, že magnetické pole má rovnakú indukciu  $\mathbf{B}$  pozdĺž celej trajektórie častíc a je konštantné počas obehu častice po uzatvorenej trajektórii.
- c) Okrem protónov sa v LHC využívajú aj jadrá olova  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ . Určte kinetickú energiu  $E_{Pb}$  jadier olova, ktorú možno dosiahnuť na danej trajektórii s rovnakým magnetickým poľom, ako v časti b).
- d) Najväčším doterajším úspechom bol experimentálny dôkaz existencie Higgsovho bozónu (4. 7. 2012). Vedci zistili, že pokojová energia Higgsovho bozónu je  $(126 \pm 1) \text{ GeV}$ . Vyjadrite hmotnosť Higgsovho bozónu v násobku hmotnosti protónu.

Hmotnosť protónu  $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ , elementárny náboj  $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$ , rýchlosť šírenia svetla vo vákuu  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

#### 4. Ionizačný detektor dymu

Na ochranu proti požiaru sa používajú citlivé detektory, ktoré signalizujú prítomnosť dymu v miestnosti. Môžeme ich vidieť na strope, obr. A2–3.

Na detekciu malých častíc menších ako  $1\ \mu\text{m}$  sa používajú ionizačné detektory, ktoré využívajú rádioaktívne žiarenie izotopu amerícia  ${}^{241}_{95}\text{Am}$ .

Izotop  ${}^{241}\text{Am}$  sa mení  $\alpha$ -premenou s polčasom premeny  $T_{\text{Am}} = 432,6\ \text{r}$  na neptúnium Np. Emitovaná  $\alpha$ -častica má kinetickú energiu  $E_{\alpha} = 5,54\ \text{MeV}$ .

Vznikajúci izotop neptúnia sa mení s polčasom premeny  $T_{\text{Np}} = 2,145\ \text{mil. rokov}$   $\alpha$ -premenou na izotop protaktínia Pa. Jadro izotopu Pa sa potom s polčasom  $T_{\text{Pa}} = 26,98\ \text{dňa}$  mení  $\beta$ -premenou na izotop uránu U.



Obr. A2–3

- Napište rovnice postupnej premeny jadra  ${}^{241}_{95}\text{Am}$  na jadro uránu a určte protónové a nukleónové čísla jadier Np, Pa a U, ktoré sa v premene vyskytujú.
- Určte rýchlosť  $\alpha$ -častice emitovanej pri premene jadra  ${}^{241}\text{Am}$ . Posúďte, či je potrebné použiť relativistický výpočet rýchlosti.

Amerícium  ${}^{241}\text{Am}$  sa používa ako zdroj  $\alpha$ -žiarenia v ionizačných detektoroch dymu. V detektore sa nachádza tenká fólia, v ktorej je malé množstvo oxidu  $\text{AmO}_2$  s hmotnosťou  $m = 330\ \text{ng}$ .

- Určte aktivitu  $A_{\text{Am}}$  amerícia vo fólii.

Častice  $\alpha$  prenikajú z povrchu fólie do ionizačnej komory, v ktorej ionizujú molekuly vzduchu. Na protiľahlých stenách komory sú elektródy, medzi ktorými je vytvorené elektrické pole pripojeným zdrojom elektrického napätia. Vznikajúce ióny sa pohybujú smerom k elektródam a vzniká tak malý elektrický prúd  $I$ .

- Určte prúd  $I$ , ktorý by vznikol medzi elektródami, keby každá častica  $\alpha$  emitovaná zo vzorky s rádioaktívnou látkou spôsobila ionizáciu jednej molekuly vzduchu v komore a keby všetky takto vzniknuté ióny dosiahli elektródy.
- Skutočný prúd medzi elektródami detektora  $I_{\text{sk}} \approx 0,1\ \text{pA}$ . Koľko ionizácií by v ideálnom prípade vyvolala jedna častica  $\alpha$ , aby sa dosiahol prúd  $I_{\text{sk}}$ ?

Ak sa dostanú medzi elektródy veľké častice dymu, v dôsledku rozptylu a absorpcie sa prúd  $I_{\text{sk}}$  zníži, čo zaregistruje elektronický obvod detektora, a detektor vyšle poplašný signál.

Hodnoty veličín:  $m_{\alpha} = 4,00\ u$ ,  $u = 1,67 \times 10^{-27}\ \text{kg}$ ,  $1\ \text{eV} = 1,60 \times 10^{-19}\ \text{J}$ , pri ionizácii molekúl vzduchu predpokladajte vznik jednomocných iónov  $\text{O}_2^+$  alebo  $\text{N}_2^+$ . Jadro atómu kyslíka  ${}^{16}_8\text{O}$ , Avogadrova konštanta  $N_A = 6,02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$ , elementárny náboj  $e = 1,60 \times 10^{-19}\ \text{C}$ .

---

61. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy krajského kola kategórie A

Autori návrhov úloh:

Kamil Bystrický (1), Ivo Čáp (2, 4), Lubomír Konrád (3)

Recenzia a úprava úloh a riešení:

Daniel Klivanec, Lubomír Mucha

Preklad textu úloh do maďarského jazyka:

Aba Teleki

Redakcia:

Ivo Čáp

Vydal:

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020