

62. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2020/2021

kategória A – domáce kolo

Texty úloh

Oprava zadania úlohy č. 4

1. Šikmý vrh

Ak vrhneme teleso v bode O šikmo nahor rýchlosťou v_0 pod uhlom α , pohybuje sa po zakrivenej trajektórii – *balistickej krivke*.

- a) Znázorníte trajektóriu telesa a pre ľubovoľnú polohu telesa nakreslite vektory síl, ktoré na teleso pôsobia. Jednotlivé sily pomenujte a vyjadrite pomocou zodpovedajúcich vzťahov. Uvedte a fyzikálne zdôvodnite podmienky, ktoré treba splniť, aby bolo možné považovať trajektóriu za symetrickú podľa zvislej osi. Na dokumentovanie vášho riešenia uvedte niekoľko prípadov rôznych telies v tvare gule.

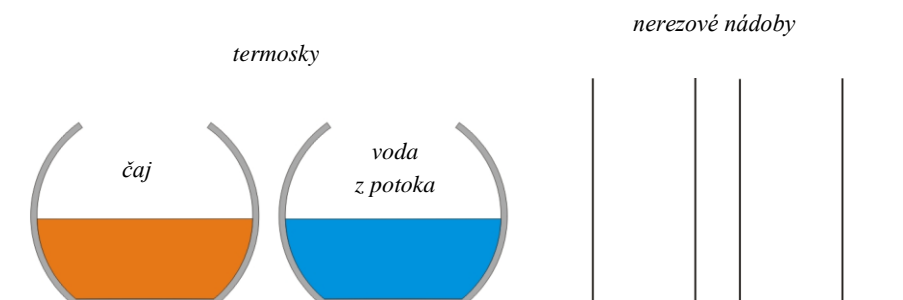
V ďalšom predpokladajte, že sú splnené podmienky pre symetrickú trajektóriu šikmého vrhu telesa.

- b) Napíšte pohybovú rovnicu telesa a vyjadrite zvislé a vodorovné zložky rýchlosti a súradnice telesa počas jeho pohybu.
- c) Určte vzdialenosť r od bodu vrhu O, radiálnu rýchlosť v_r pohybu telesa (rýchlosť zmeny vzdialenosti r) a uhol β , ktorý zvierajú vektory r a v , v ľubovoľnom bode trajektórie telesa ako funkcie času t .
- d) Určte podmienku pre uhol vrhu α , aby sa teleso počas celého pohybu vzdalovalo od bodu O vrhu.
- e) Zostrojte grafy funkcií $r(t)$, $v(t)$ a $\beta(t)$ pre hodnoty $\alpha = 60^\circ$, $v_0 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a presvedčte sa, že vzdialenosť r počas celého pohybu rastie.

Uvažujte $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, teleso považujte za hmotný bod. Pre konštrukciu grafov použite vhodný počítačový program, napr. EXCEL.

2. Chladenie čaju

Žiaci vo fyzikálnom krúžku dostali za úlohu čo najviac ochladiť horúci čaj so začiatočnou teplotou $t_1 = 90^\circ\text{C}$ studenou vodou s teplotou $t_2 = 10^\circ\text{C}$, a pritom obe kvapaliny nemiešať. Čaj i voda s rovnakými objemami i hmotnosťami m sú v termoskách položených na stole, obr. A–1. Okrem toho majú k dispozícii dve tenkostenné nerezové nádoby, ktoré možno zasunúť do termosiek a teplomer. Po ponorení nerezovej nádoby do termosky až na dno obsah termosky cez okraj nevytečie.



Obr.: A–1

Najprv použili najjednoduchšie riešenie. Studenú vodu naliali do nerezovej nádoby, tú ponorili do čaju a počkali, až sa teplota vody v nerezovej nádobe neustáli.

a) Určte teplotu t_3 čaju po ustálení teplôt.

Potom jeden zo žiakov dostal nápad použiť studenú vodu v dvoch dávkach. Najprv naliali časť studenej vody s hmotnosťou m_1 do nerezovej nádoby a ponorili ju do čaju. Po ustálení teploty, vodu preliali do druhej prázdnej nádoby a do prvej naliali zvyšok studenej vody, s ktorou opakovane chladili čaj. Po ustálení teploty opäť priliali vodu do druhej nádoby k vode z prvého chladenia.

b) Dokážte výpočtom, že týmto spôsobom sa dosiahne výsledná teplota čaju $t_{42} < t_3$. Určte pomer hmotností $x = m_1/m$ dávky studenej vody, pre ktorý sa dosiahne najnižšia teplota t_{42} . Určte výslednú teplotu t_{42} čaju a t_{52} vody v druhej nádobe po ukončení chladenia pre optimálny pomer m_1/m . Zistite, či možno druhou metódou dosiahnuť výslednú teplotu t_4 čaju nižšiu, ako je výsledná teplota t_5 chladiacej vody.

Potom druhého žiaka napadlo, že by mohol byť výsledný efekt ešte väčší, ak by sa studená voda rozdelila na viacero rovnakých dávok a chladenie sa vykonalo postupne jednotlivými dávkami, podobne ako v predchádzajúcom prípade.

c) Odvodte vzťah pre výslednú teplotu t_4 čaju pri použití n rovnakých dávok. Určte najnižšiu hranicu $t_{4\min}$ ku ktorej sa blíži teplota t_4 , ak sa použije táto metóda chladenia pre rozdelenie chladiacej vody na veľký počet dávok.

d) Po každej dávke sa voda vyleje do druhej nádoby. Určte výslednú teplotu $t_{5\max}$ všetkej chladiacej vody v druhej nádobe po ukončení chladenia.

Predpokladajte, že tepelná kapacita všetkých nádob je veľmi malá a že nedochádza k výmene tepla s okolím. Hmotnostná tepelná kapacita čaju a vody sú rovnaké a tiež hustota čaju a vody sú rovnaké.

Pozn. : Pre veľké hodnoty $n \rightarrow \infty$ platí $\left(n + \frac{1}{n}\right)^n \rightarrow e \approx 2,718$ (Napierova konštanta – základ prirodzených logaritmov).

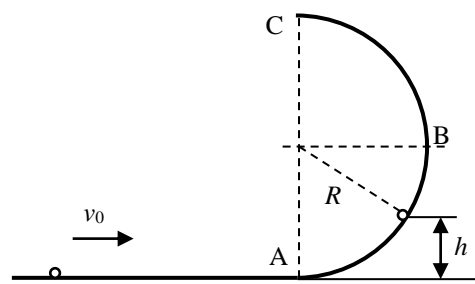
3. Gulôčka na valcovej stene

Na vodorovnú podložku hladko nadväzuje pol valcová stena s polomerom R , obr. A–2. Po vodorovnej podložke sa pohybuje valivým pohybom (bez prešmykovania) oceľová gulôčka s polomerom $r \ll R$ s rýchlosťou v_0 postupného pohybu.

a) Analyzujte pohyb gulôčky a uvážte, aké možnosti môžu nastať pre rôzne hodnoty rýchlosti v_0 . Nakreslite obrázok a pre uvedené možnosti, označte polohu gulôčky a nakreslite a opíšte vektory síl, ktoré pôsobia na gulôčku v inerciálnej sústave spojenj s podložkou.

b) Určte výšku h nad vodorovnou podložkou, do ktorej zostáva gulôčka v kontakte so stenou.

c) Určte maximálnu výšku H , do ktorej gulôčka vystúpi počas pohybu.



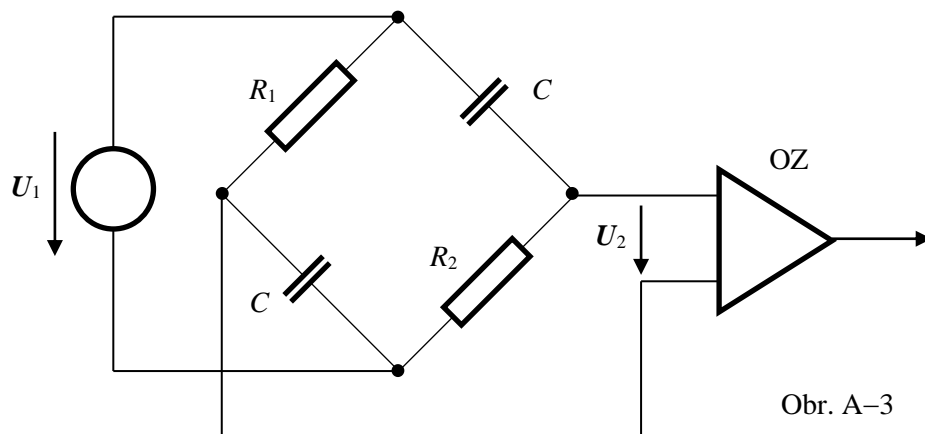
Obr. A–2

Riešte všeobecne a potom pre $R = 30$ cm, $g = 9,8$ m·s⁻² a tri rôzne hodnoty $v_{01} = 1,3$ m·s⁻¹, $v_{02} = 2,6$ m·s⁻¹, $v_{03} = 3,9$ m·s⁻¹. Moment zotrvačnosti gulôčky vzhľadom na os prechádzajúcu jej stredom $J = (2/5) m r^2$, kde m je hmotnosť a r polomer gulôčky.

Predpokladajte, že guľôčka sa pohybuje valivým pohybom bez prešmykovania aj počas celého kontaktu s valcovou stenou.

4. RC mostík

Na obr. A–3 je schéma RC mostíka, ktorý sa používa na úpravu frekvenčného spektra signálu zdroja s napätím U_1 s konštantnou efektívnou hodnotou U_1 . Výstupný signál U_2 sa privádza na vstup operačného zosilňovača OZ s veľmi vysokým vstupným odporom, takže mostík možno považovať za nezaťažovaný. V protiľahlých stranách mostíka sú zapojené dva kondenzátory s rovnakými kapacitami C a rezistory s odporami R_1 a R_2 . Charakteristické uhlové frekvencie vetiev obvodu sú $\omega_1 = 1/(R_1 C)$ a $\omega_2 = 1/(R_2 C)$.



Obr. A–3

- Určte činný výkon P zdroja ako funkciu frekvencie f , resp. uhlovej frekvencie ω napätia U_1 zdroja.
- Určte komplexný napät'ový prenos $A_U = U_2/U_1$ filtra pomocou charakteristických uhlových frekvencií ω_1, ω_2 ako funkciu uhlovej frekvencie ω zdroja napätia.
- Zostrojte grafy frekvenčnej závislosti $P(\omega)$, absolútnej hodnoty $A_U(\omega)$ a argumentu $\varphi(\omega)$ napät'ového prenosu mostíka pre hodnoty $U_1 = 12 \text{ V}$, $C = 300 \text{ nF}$, $\omega_1 = 2\pi \times 100 \text{ s}^{-1}$ a $\omega_2 = 2\pi \times 1,00 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$.
- Uved'te, o aký typ filtra ide (horný priepust, dolný priepust, pásmový priepust, pásmová zadrž). Určte medzné frekvencie filtra pre pokles prenosu o 3 dB z maximálnej hodnoty.

5. Pozorovanie kameňa vo vode

Plavecký bazén má zvislé steny a konštantnú hĺbku $H = 1,5 \text{ m}$. Bazén je naplnený až po horný okraj vodou. Dno bazéna je vydláždené od okraja štvorcovými kachličkami s dĺžkou strany $a = 30 \text{ cm}$. Medzi kachličkami sú veľmi úzke medzery.

Chlapec sedí nad okrajom bazéna a pozoruje dno v smere kolmo na okraj bazéna. Jeho oči sú nad zvislou stenou vo výške $b = 70 \text{ cm}$ nad hladinou.

- Nakreslite obrázok a znázorníte v ňom všetky dôležité veličiny. V obrázku znázorníte lúče vychádzajúce z určitého bodu A na dne a zostrojíte zdanlivý obraz B tohto pozorovaného bodu.
- Chlapec pozoruje obraz sledovaného bodu A pod uhlom α vzhľadom na kolmicu k hladine vody. Odvod'te funkciu $x = f(\alpha)$, ktorá vyjadruje vzdialenosť x bodu A od steny bazéna ako funkciu uhla α . Zostrojte graf tejto funkcie.

- c) Odvodte vzťah pre zdanlivú hĺbku h obrazu B bodu A ako funkciu uhla α . Zostrojte graf závislosti zdanlivej hĺbky h od vzdialenosti x bodu A od steny.
- d) Odvodte vzťah pre zdanlivú vzdialenosť d obrazu B bodu A od steny ako funkciu uhla α . Zostrojte graf závislosti zdanlivej vzdialenosti d od vzdialenosti x bodu A od steny.
- e) Určte zdanlivé hĺbky h_1 a h_{10} a zdanlivé vzdialenosti d_1 a d_{10} od steny spojov medzi prvou a druhou a desiatou a jedenástou kachličkou.

Index lomu vody $n = 1,33$; index lomu vzduchu $n_0 = 1,00$.

6. Kmity cievky s prúdom v magnetickom poli

Na zvislom vodivom a pružnom vlákne je upevnená obdĺžniková cievka s výškou a , šírkou b , z medeného drôtu s priemerom d s počtom $N - \frac{1}{2}$ závitov (posledný závit je iba polovičný), obr. A-4. Cievka sa môže vychýľovať okolo zvislej osi danej vláknom.

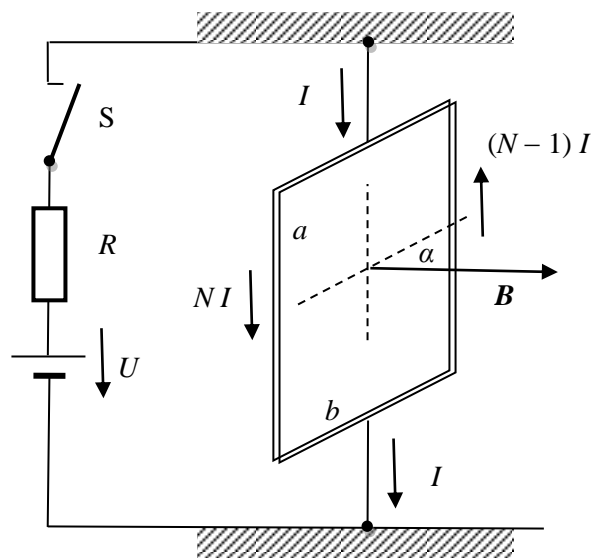
Cievka sa nachádza v homogénnom magnetickom poli s indukciou \mathbf{B} vo vodorovnom smere. Cievka je pripojená na elektrický zdroj s napätím U . Prúd I cievky je daný odporom R rezistora.

Pri vypnutom spínači S v pokojovom stave zvierá rovina cievky so smerom magnetického poľa nulový uhol α_0 ($\alpha = 0$). Ak cievku vychýlime z rovnovážnej polohy o malý uhol α a uvoľníme, bude kmitať okolo rovnovážnej polohy s frekvenciou f_0 .

Po zapnutí spínača začne elektrickým obvodom prechádzať prúd I_1 .

- a) Po ustálení kmitov cievky nová rovnovážna poloha cievky je daná uhlom α_1 vychýlenia zo začiatočnej polohy. Napíšte rovnicu pre uhol α_1 .
- b) Po malom vychýlení z novej rovnovážnej polohy a uvoľnení začne cievka kmitať s frekvenciou f_1 . Určte frekvenciu f_1 ako funkciu uhla α_1 .
- c) Pre daný prúd I_1 uhol $\alpha_1 = f_a(B)$ je funkciou indukcie B a frekvencia $f_1 = f_b(\alpha_1)$ je funkciou uhla α_1 . Zostrojte grafy oboch funkcií pre dané hodnoty.
- d) Uvedeným spôsobom možno merať horizontálnu zložku B_h indukcie magnetického poľa. Určte indukciu B_h s použitím zostrojených grafov z nameraných hodnôt $I_1 = 2,0$ A, $f_0 = 10$ Hz a $f_1 = 300$ Hz a pre dané parametre cievky.

Úlohu riešte všeobecne a pre hodnoty: $N = 5$, $a = 10$ cm, $b = 10$ cm, $d = 0,20$ mm, $I_1 = 2,0$ A.



Obr. A-4

7. DVD – video disk – experimentálna úloha

Medzi vysokokapacitné médiá na ukladanie dát patrí DVD (Digital Video Disc). Dáta sa ukladajú na špirálovú stopu pomocou laserového lúča. Keďže schopnosť zaostrenia lúča je obmedzená vlnovou dĺžkou. CD (Compact Disc) využíva vlnovú dĺžku 780 nm, DVD 650 nm a Blue-Ray 405 nm. Jednotlivé médiá majú rastúcu kapacitu na 1 cm² plochy.

Štandardný DVD má kapacitu $C = 4,7$ GB (Giga Byte) dát uložených v jednej vrstve. Špirálová záznamová stopa sa začína na priemere $d_1 = 40$ mm a končí sa na priemere $d_2 = 115$ mm a dá sa na ňu uložiť 4,7 GB dát. DVD mechanika využíva na zápis a čítanie záznamu systém CLV (Constant Linear Velocity) pri ktorom sa laserový lúč posúva po záznamovej stope konštantnou rýchlosťou v_L , pri ktorej sa dáta v objeme C uložia na disk za dobu $T = 55$ min. Podľa toho sa prispôsobujú otáčky disku aktuálnemu polomeru stopy od najväčšej hodnoty N_1 pre priemer stopy d_1 po najmenšiu N_2 pre polomer stopy d_2 .

Úloha:

1. Na základe merania počtu n závitov záznamovej špirály určte dĺžku L záznamovej stopy a dĺžku l úseku stopy, na ktorom je zaznamenaný 1 byte dát.
2. Určte rýchlosť v_L posunu laserového lúča pozdĺž stopy pri zázname dát a otáčky N_1 a N_2 disku.

Metóda:

Závity záznamovej stopy v danom mieste predstavujú priestorovú periodickú štruktúru s periódou δ . Na periodickej štruktúre dochádza k difrakcii vlnenia. S ohľadom na rozmery štruktúry je výhodné použiť svetlo lasera. Použite červené laserové ukazovadlo s vlnovou dĺžkou lúča $\lambda = 650$ nm. Pri kolmom dopade lúča na povrch disku dochádza k difrakcii, pričom pre uhol φ odchylenia prvého difrakčného maxima platí $\sin \varphi = \lambda / \delta$.

Navrhňte vhodné usporiadanie experimentu a zmerajte uhol φ . Meranie niekoľkokrát opakujte a meranie vyhodnoťte. Po určení hodnoty δ vypočítajte všetky požadované hodnoty veličín.

62. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie A

Autori návrhov úloh:	Eubomír Konrád (1,3,5,6), Aba Teleki (2), Ivo Čáp (1,4,6,7)
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Daniel Klivanec, Eubomír Mucha, Ivo Čáp
Redakcia:	Ivo Čáp
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020

