

62. ročník Fyzikální olympiády
v školskom roku 2020/2021
kategória C – domáce kolo
Texty úloh

1. Barón Prášil

V roku 1786 vyšla v Nemecku kniha Gottfrieda Augusta Bürgera o neuveriteľných príhodách vojaka a cestovateľa baróna von Münchhausen, ktoré rozprával priateľom pri pive. U nás je známy ako Barón Prášil a bol predstavený najmä vo filme Karla Zemana z roku 1962.



Jeden z príbehov rozpráva o tom, ako sa Barón Prášil dostal do nepriateľského tábora na delovej guli, na ktorú pri výstrele naskočil. Zamyslíme sa nad touto príhodou.

Z vyvýšeniny vo výške $h_0 = 60$ m nad vodorovným terénom, na ktorom sa nachádzal nepriateľský tábor vo vodorovnej vzdialenosti $d_0 = 800$ m, vystreľovali kanóny pod uhlom $\alpha = 35^\circ$ vzhľadom na vodorovný smer ťažké železné gule s priemerom $D = 20$ cm, ktoré dopadali do tábora. Barón Prášil rozprával, že sa dostal do nepriateľského tábora tak, že v okamihu výstrelu na guľu naskočil a nechal sa na guľi odniesť do tábora. Posúďte tento príbeh za predpokladu, že by sa mu skutočne podarilo na guľu naskočiť. Uvažujte hmotnosť baróna $M = 80$ kg.

- a) Určte rýchlosť v_0 , ktorou guľa opúšťa hlaveň.
- b) Určte, v akej vzdialenosti a od tábora by guľa s barónom dopadla.

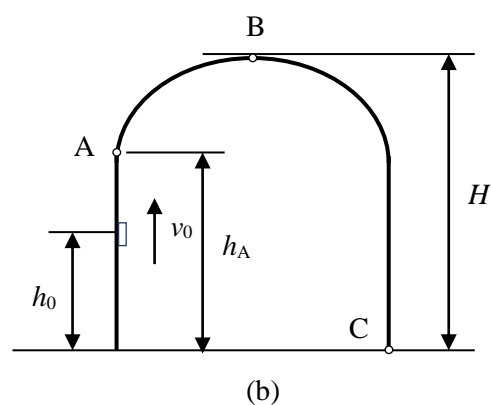
Pozn.: Odpor vzduchu neuvažujte. Hustota železa $\rho = 7,8 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

2. Moskovské metro

Jednou z najzaujímavejších staníc moskovského metra je stanica Majakovského. Jej charakteristickým prvkom sú nosné oblúky vystužené oceľou, obr. C–1 (a).



(a)



Obr. C–1

Žiaci použili čas čakania na vlak experimentom s mincou. Vo výške $h_0 = 1,50$ m mincu priloženú tesne k stĺpu bočného oblúka vyhadzovali pozdĺž stĺpa nahor. Skúmali, akou minimálnou rýchlosťou v_0 musia mincu vyhodit', aby prešla po oblúku najvyšším bodom B vo výške $H = 4,00$ m a dopadla na podlahu v bode C na druhej strane oblúka, obr. C-1 (b).

Na obrázku (b) vidíme geometrické usporiadanie bočného oblúka. Zvislá stena stĺpa prechádza v bode A vo výške $h_A = 2,30$ m hladko do oblúka s polomerom krivosti $r_A = 1,40$ m. Polomer krivosti oblúka sa postupne zvyšuje až do maximálnej hodnoty $r_B = 2,10$ m v najvyššom bode B. Oblúk je symetrický podľa zvislej osi prechádzajúci bodom B.

- Prekreslite obr. C-1 (b) do vášho riešenia. V obrázku nakreslite vektory síl, ktoré pôsobia na mincu v bodoch A a B oblúka v inerciálnej vzťažnej sústave spojenjej s podlahou.
- Určte najmenšiu hodnotu v_{0m} začiatočnej rýchlosti v_0 , aby minca prešla celým oblúkom a dopadla do bodu C na podlahe.
- Určte uhol α , o ktorý sa zmení smer vektora zrýchlenia mince v bode A pri prechode z povrchu stĺpa na povrch oblúka pri začiatočnej rýchlosti vrhu v_{0m} .

Tiažové zrýchlenie $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, povrch oblúka je veľmi hladký a trenie medzi mincou a oblúkom je veľmi malé.

3. Zrážka strely s guľou

Na vlákne je v pokoji zavesená homogénna guľa s hmotnosťou M . Do gule narazila strela s hmotnosťou m rýchlosťou v , ktorá sa pohybovala vo vodorovnom smere po priamočiarej trajektórii prechádzajúcej stredom gule. V dôsledku zrážky sa rýchlosť v strely zmenila na výslednú polovičnú hodnotu $v/2$ v pôvodnom smere pohybu.

Uvažujte dva prípady:

- strela preletela cez guľu,
 - strela do gule neprenikla.
- Pre jednotlivé prípady určte rýchlosť V gule po zrážke, pomer p tepla Q uvoľneného pri zrážke a začiatočnej kinetickej energie E_{k0} strely a podmienky, za ktorých môžu jednotlivé prípady nastať. Určte tiež rozsah hodnôt, ktoré môže nadobudnúť pomer p pre obidva prípady.
 - Čo možno povedať o vlastnostiach materiálov strely a gule v jednotlivých prípadoch?
 - Uveďte, ktorý z prípadov nastane, ak pomer $q = m/M$ má hodnotu $q_1 = 0,50$, $q_2 = 1,0$, $q_3 = 2,0$ a $q_4 = 3,0$. Pre jednotlivé hodnoty určte hodnoty pomeru p a rýchlosti V gule po zrážke.

Predpokladajte, že pri zrážke sa hmotnosti telies nezmenia.

4. Ťažisko nádoby

Ak postavíme fľašu s minerálkou na posuvný pás pri pokladni v obchode, stáva sa, že pri zapnutí posunu pásu sa fľaša prevráti. Vedľa nej stojaci pohár s kompótom sa však neprevráti.

- Stručne uveďte, od čoho závisí, či sa nádoba prevráti? Aký pohyb pásu spôsobí prevrátenie? Odpoveď fyzikálne zdôvodnite. Situáciu znázornite na obrázku a vyznačte v ňom sily pôsobiace na fľašu pri zapnutí pásu.

Uvažujme tenkostennú sklenenú valcovú nádobu, ktorá má rovnakú hrúbku $d = 2,0$ mm dna i valcových stien, vnútorný polomer $r = 50$ mm a výšku $H = 25$ cm.

- Určte hmotnosť m_0 prázdnej nádoby.

- c) Nádoba stojí podstavou na vodorovnom stole. Určte výšku h_0 ťažiska nádoby nad povrchom stola. Do nádoby začneme nalievať vodu a vodorovnú hladinu zaistíme tenkým piestom s veľmi malou hmotnosťou.
- d) Určte výšku h ťažiska nádoby s vodou ako funkciu výšky x vody v nádobe.
- e) Zostrojte graf výšky ťažiska h ako funkcie výšky x vody v nádobe.
- f) Z grafu určte výšku x_m vody v nádobe, pri ktorej je výška h ťažiska najmenšia. Porovnajete stabilitu nádoby prázdnej, plnej a naplnenej iba do polovice jej výšky.

Uvažujte $d \ll r$ a $d \ll h_0$. Hustota vody $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$, hustota skla nádoby $\rho_s = 2,6 \text{ g/cm}^3$.

5. Balónik

Jurko sa v škole učil o vznášani balónov naplnených héliom. Rozhodol sa, že na princípe vznášania balónu si urobí jednoduchý barometer. Obstaral si balónik z veľmi jemného materiálu, sieťku z tenkého nerozťažného vlákna upletenú na povrchu gule s priemerom $r = 15 \text{ cm}$. Balónik vložil do sieťky. Z bombičky do balónika napustil hélium na tlak $p_1 = 104 \text{ kPa}$, ktorý je väčší ako atmosférický tlak okolitého vzduchu. Balónik naplnený héliom vyplnil priestor vymedzený sieťkou, guľu s polomerom r .

K balóniku pripevnil jedným koncom dlhú retiazku s dĺžkovou hmotnosťou $\mu = 5,0 \text{ g}\cdot\text{m}^{-1}$. Voľnú časť retiazky dal do krabice na zem, odkiaľ ju mohol balónik pri svojom stúpaní vyťahovať. Po uvoľnení balónik pomaly vystúpil do ustálenej výšky, pri ktorej bola dĺžka retiazky medzi balónikom a zemou h . Jurko očakával, že pri zmene atmosférického tlaku sa bude meniť dĺžka h zvislého úseku retiazky.

- a) Určte dĺžku h_0 retiazky, ak je balónik v rovnovážnej polohe pri normálnom atmosférickom tlaku okolitého vzduchu $p_0 = 101 \text{ kPa}$ a teplote $t_0 = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$.
- b) Určte dĺžku h_1 retiazky, ak atmosférický tlak klesne na hodnotu $p_2 = 98 \text{ kPa}$ pri teplote $t_0 = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$.
- c) Určte dĺžku h_2 retiazky, ak sa zmení teplota na hodnotu $t_2 = 25,0 \text{ }^\circ\text{C}$ pri tlaku p_0 .

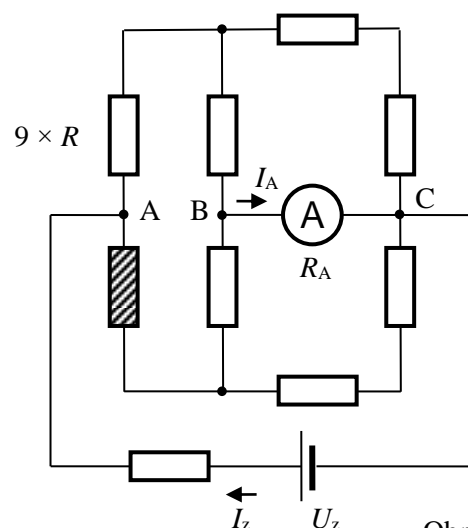
Predpokladajte, že hmotnosť prázdneho balónika so sieťkou je veľmi malá v porovnaní s hmotnosťou visiacej retiazky. Teplota hélia i okolitého vzduchu je rovnaká. Mólóvá hmotnosť vzduchu $M_{\text{vz}} = 29,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, mólóvá hmotnosť hélia $M_{\text{He}} = 4,00 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

6. Elektrický obvod

Na obr. C-1 je schéma elektrického obvodu, ktorý je tvorený zdrojom konštantného napätia $U_z = 12 \text{ V}$ a deviatimi rezistormi s rovnakým odporom R . Vo vetve BC je zapojený ampérmetra s vnútorným odporom $R_A = 32 \text{ } \Omega$.

- a) Prúd ampérmetra $I_{A1} = 40 \text{ mA}$. Určte prúd I_{z1} zdroja a odpor R rezistorov.
- b) Potom rezistor označený šrafovaním z obvodu vyradíme. Určte prúd I_{A2} ampérmetra a prúd I_{z2} zdroja v tomto prípade.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre dané hodnoty.



Obr. C-1

7. Tepelná kapacita – experimentálna úloha

Na Zemi je teplotne prijateľné prostredie pre život aj vďaka tomu, že zmeny teploty medzi dňom a nocou nie sú veľmi veľké. Je to spôsobené jednak pomerne krátkou periódou rotácie Zeme okolo jej osi a značnou schopnosťou zemského povrchu akumulovať teplo. Najväčší podiel na tejto schopnosti má voda. Je známe, že na mori kolíše teplota medzi dňom a nocou iba o niekoľko °C, zatiaľ čo v púšti to môže byť až 30 °C. Vašou úlohou je preveriť tento jav v laboratórnych podmienkach.

Úloha 1: Na základe merania určte objemovú tepelnú kapacitu vody. Získanú hodnotu porovnajte s tabuľkovou hodnotou $c^* = 4,2 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$ a rozdiel zdôvodnite.

Úloha 2: Na základe merania určte objemovú tepelnú kapacitu piesku.

Úloha 3: Porovnajte rýchlosť chladnutia vody a piesku okolitým vzduchom. Výsledky merania posúďte a zdôvodnite v úvode spomenuté teplotné pomery v púšti.

Metóda:

K úlohe 1

Na meranie tepelnej kapacity vody použite vyhrievacie teliesko ponorené do vody. Ako vyhrievacie teliesko použite cievku z odporového drôtu alebo rezistor približne $10 \Omega / 10 \text{ W}$ pripojený na zdroj konštantného jednosmerného napätia približne 10 V. Vodu so zmeraným objemom nalejte do termosky z penového polystyrénu. Vykurovacie teliesko vložte do vody, pripojte zdroj a pomocou multimetra zmerajte prúd. Počas merania udržiavajte prúd konštantný. Teplomermom vloženým do vody merajte teplotu. Zdroj nechajte zapnutý až kým sa teplota zvýši približne o 20 °C a určte dobu zohrievania vody. Z nameraných hodnôt určte objemovú tepelnú kapacitu vody.

K úlohe 2

Pripravte si suchý jemný piesok. Zvážené množstvo piesku nasypete do odmerného valca. Určte hmotnosť a objem piesku. Piesok nechajte vo valci v miestnosti aspoň 1 hodinu, aby sa teplota piesku ustálila na teplote miestnosti. Teplotu miestnosti zmerajte. Do termosky nalejte vodu zo hriatu na teplotu približne 60 °C. Zmerajte hmotnosť vody a jej teplotu. Do vody nasypete pripravený piesok a zmerajte výslednú teplotu po ustálení. Zvoľte hmotnosť piesku približne polovičnú v porovnaní s hmotnosťou vody. Z nameraných hodnôt určte objemovú tepelnú kapacitu piesku.

K úlohe 3

Použite dve rovnaké plastové vaničky od potravín. Do jednej nasypete suchý piesok až po okraj. Potom piesok vysypte do mikroténového vrečka a to vložte do väčšej nádoby so zohriatou vodou (približne 60 °C), aby sa piesok zohrial na teplotu vody. Teplotu vody s pieskom udržiavajte približne hodinu na rovnakej teplote. Teplotu vo vnútri piesku a teplotu vody kontrolujte teplomermi a sledujte, až sa teploty vyrovnajú. Keď sa teplota ustáli, vysypte piesok do jednej vaničky a do druhej nalejte po okraj vodu z nádoby (vaničky nechajte otvorené, aby mohli byť chladené vzduchom). Tak sa dosiahne rovnaký objem vody a piesku a rovnaká začiatková teplota. Potom merajte v určitých časových intervaloch teplotu piesku a vody. Zaznamenajte i teplotu v miestnosti. Hodnoty zapisujte do tabuľky a po skončení zostrojte graf závislosti teploty piesku a vody od času. Určte čas, za ktorý poklesne rozdiel začiatkovej teploty a teploty miestnosti na polovicu pre piesok a pre vodu.

Pomôcky: Odporové teliesko s odporom približne 10Ω a zaťažiteľnosťou 10 W, laboratórny zdroj konštantného jednosmerného napätia približne 10 V, multimeter. Polystyrénová termoska, odmerný valec, elektronické váhy, dva teploměry, varič, dve plastové vaničky, mikroténové vrečko, jemný suchý piesok (približne 1 kg).

