

62. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2020/2021

kategória D – domáce kolo

Texty úloh

1. Križovatka

Do križovatky vzájomne kolmých ciest sa blížia dva automobily. Po hlavnej ceste automobil A konštantnou rýchlosťou $v_A = 90$ km/h, po vedľajšej automobil B rýchlosťou $v_B = 85$ km/h. Vodič automobilu B zbadá automobil A v okamihu $t = 0$, keď bola jeho vzdialenosť od križovatky $d_B = 350$ m. V tomto okamihu bola vzdialenosť automobilu A od križovatky $d_A = 400$ m.

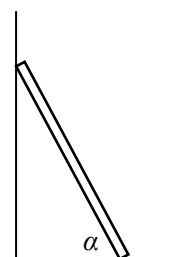
- Vodič automobilu B usúdil, že križovatkou prejde bezpečne, ak bude pokračovať nezmenenou rýchlosťou v_B . Určte, či automobily prejdú bezpečne križovatkou. Za bezpečný považujeme prejazd križovatkou, pri ktorom je vzájomná vzdialenosť automobilov v okamihu prejazdu jedného z nich križovatkou najmenej $d_{\min} = 40$ m.
- Ak vodič automobilu B vo vzdialenosti $d_1 = 100$ m zistí, že by prejazd nezmenenou rýchlosťou nemusel byť bezpečný, rozhodne sa dať prednosť automobilu A a začne rovnomerne brzdiť. Určte zrýchlenie a automobilu B, aby prešiel križovatkou za automobilom A vo vzdialenosti, aby bola splnená podmienka bezpečnosti prechodu automobilov križovatkou, d_{\min} . Určte rýchlosť v_B^* , ktorú mal automobil v tomto prípade pri príchode na križovátku.

Rozmery automobilov v riešení úlohy neuvažujte.

2. Tyč opretá o zvislú stenu

Homogénna tyč stojí na vodorovnej podlahe opretá o hladkú zvislú stenu. Uhol medzi tyčou a vodorovnou podložkou je α , obr. D–1.

- Nakreslite obrázok tyče opretej o stenu. Nakreslite v ňom vektory všetkých síl, ktoré na tyč pôsobia v podmienkach statickej rovnováhy.
- Určte maximálnu hodnotu α_m uhla medzi tyčou a podlahou, pri ktorej zostáva tyč opretá o stenu.



Obr. D–1

Faktor statického trenia medzi tyčou a podlahou $f = 0,25$, trenie medzi zvislou stenou a tyčou neuvažujte.

3. Satelit

Satelit sa pohybuje okolo Zeme po kružnicovej trajektórii v rovine rovníka, v smere otáčania Zeme. Medzi dvomi po sebe nasledujúcimi preletmi nad rovnakým miestom na rovníku uplynie doba $\Delta t_1 = 3$ h 26 min.

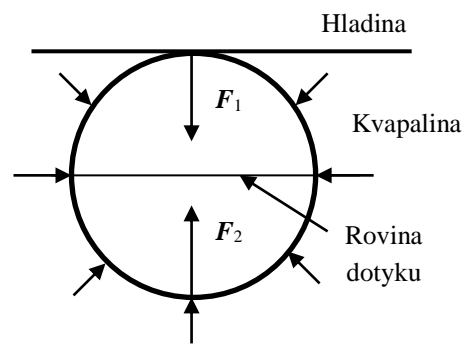
- Určte polomer r orbitálnej trajektórie a vyjadrite ho v násobkoch polomeru Zeme R .
- Určte orbitálnu rýchlosť v_1 družice a vyjadrite ju v násobkoch prvej kozmickej rýchlosti v_1 .
- Aký čas Δt_2 uplynie medzi dvoma po sebe nasledujúcimi preletmi satelitu nad rovnakým miestom na rovníku, ak sa satelit pohybuje po kružnicovej trajektórii s rovnakým polomerom r v rovine, ktorá obsahuje os Zeme.

Polomer Zeme $R \approx 6,4 \cdot 10^6$ m, gravitačné zrýchlenie v oblasti rovníka Zeme $g \approx 9,8$ m·s⁻².

4. Guľa vo vode

Dutá guľa s vonkajším polomerom R skladajúca sa z dvoch pologuľí pláva v homogénnej kvapaline tak, že sa najvyšším bodom trvale dotýka vodorovnej voľnej hladiny, obr. D-2.

- Určte tlakovú silu F_1 , ktorou pôsobí kvapalina na hornú pologuľu, tlakovú silu F_2 , ktorou pôsobí kvapalina na dolnú pologuľu, a tlakovú silu F_3 , ktorou pôsobí dolná pologuľa na hornú. Sily vyjadrite ako funkcie polomeru R gule a hustoty ρ kvapaliny.
- Určte pomery síl $q_1 = F_2 / F_1$ a $q_2 = F_3 / F_1$.
- Určte hodnoty veličín F_1 , F_2 , F_3 , q_1 a q_2 pre $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$, $R = 5,0 \text{ cm}$ a $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



Obr. D-2

5. Skúška pravosti

Bohatý staroveký panovník si nechal zhotoviť u zlatníckych majstrov šachové figúrky z čistého zlata. Dopočul sa však, že majstri chceli ušetriť, a preto vyrobili figúrky tak, že do zlata pridali aj lacnejšie striebro. Panovník poveril svojho radcu, aby toto podozrenie preveril.

Ten náhodne vybral jednu figúrku. Vážením zistil, že má hmotnosť $M = 82,0 \text{ g}$. Potom figúrku zavesil na nitku a celú ju ponoril do valcového pohára s vnútorným priemerom $d = 56,0 \text{ mm}$ naplneného vodou. Meraním určil, že hladina vody v pohári pritom stúpila o $h = 1,8 \text{ mm}$. Na základe týchto údajov vypočítal hmotnosť zlata vo figúrke.

- Určte hustotu ρ_{f1} figúrky, ktorú dostal na overenie.

Zásadný vplyv na výsledok má presnosť merania. Veličiny s veľkými hodnotami M a d boli zmerané dosť presne. Najväčší problém bol s meraním malj hodnoty h posunutia hladiny. Radca určil hodnotu h s odchýlkou $\Delta h = \pm 0,3 \text{ mm}$.

- Určte rozsah hustoty získaný výpočtom so zohľadnením nepresnosti Δh merania.

Potom uvážil, že váženie s odchýlkou $\Delta m = \pm 0,1 \text{ g}$ je podstatne presnejšie, a tak zvolil pre kontrolu ešte druhú metódu. Do pohára s hladkým rovinným okrajom nalial vodu až po vrch tak, že hladina bola v dôsledku povrchového napätia nad úroveň okraja. Potom na pohár priložil sklenenú doštičku, ktorá zakryla celý povrch pohára, pričom pod sklom nezostala žiadna bublinka. Vodu, ktorá po priložení skla z pohára vytiekla dôkladne vysušil. Pohár s vodou a sklom odvážil a dostal hodnotu $m_1 = 253,6 \text{ g}$. Potom zdvihol sklo, do pohára opatrne vložil figúrku a opäť priložil sklenenú doštičku tak, aby pod ňou nezostala žiadna bublinka. Vodu, ktorá vytiekla z pohára dôkladne vysušil. Pohár opäť odvážil a dostal hodnotu $m_2 = 331,0 \text{ g}$. Z nameraných hodnôt opäť určil hustotu figúrky.

- Určte vypočítanú hodnotu hustoty ρ_{f2} figúrky a rozsah hodnôt výsledku s ohľadom na chybu merania.
- Bol radca schopný posúdiť, či je figúrka z čistého zlata na základe meraní prvou a druhou metódou?
- Určte, akú časť η objemu figúrky predstavuje striebro. Výsledok vyjadrite v percentách.

Hustota zlata $\rho_1 = 19,3 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, hustota striebra $\rho_2 = 10,5 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, hustota vody $\rho = 1,00 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Predpokladajte, že vo figúrke nie sú žiadne dutiny.

6. Sústava telies spojených vláknom

V praxi sa stretávame s prípadom, keď potrebujeme z podložky ležiacej na stole zosunúť nejaký predmet, napr. tanieru z obrusu. Ak podložku (obrus) potiahneme dostatočne rýchlo, predmet (taniera) zostane na stole.

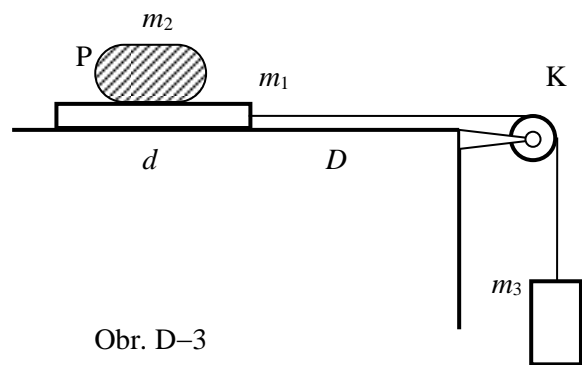
Uvažujte predmety podľa obr. D-3. Vodorovnú silu F pôsobiacu na podložku (dosku) s hmotnosťou m_1 a dĺžkou d realizujeme ťahovou silou vlákna, na ktorom je cez kladku K zavesené závažie s hmotnosťou m_3 . Na podložke sa nachádza predmet P s hmotnosťou

m_2 . Závažie podržíme napr. rukou tak, že vlákno je napnuté, pričom vzdialenosť predného okraja podložky od okraja stola je D . V istom okamihu závažie uvoľníme.

- Určte zrýchlenie a_1 pohybu podložky po uvoľnení závažia. Uvážte všetky možnosti pohybu a určte hmotnosť m_3 závažia, pri ktorej tieto možnosti nastanú.
- Určte zrýchlenie a_2 predmetu na podložke po uvoľnení závažia.
- Aká musí byť hmotnosť m_3 závažia, aby ťažisko predmetu P dosiahlo koniec podložky skôr, ako predný okraj podložky dosiahne okraj stola?

Faktory trenia f medzi podložkou a stolom i medzi podložkou a predmetom sú rovnaké. Vplyv kladky na pohyb telies neuvažujte. Na začiatku ťažisko predmetu sa nachádza nad stredom podložky.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $m_1 = 200 \text{ g}$, $m_2 = 500 \text{ g}$, $d = 30 \text{ cm}$, $D = 40 \text{ cm}$, $f = 0,35$ a pre dve rôzne hodnoty hmotnosti závažia $m_{3A} = 450 \text{ g}$ a $m_{3B} = 900 \text{ g}$.



Obr. D-3

7. Skúmavka – experimentálna úloha

Keď do veľkej nádoby s vodou vložíme prázdnu skúmavku, prevráti sa nabok. Aby zostala plávať v zvislej polohe, treba do nej naliať trochu kvapaliny. Pri nalievaní kvapaliny sa mení ponor skúmavky.

Navrhňte a realizujte metódu na určenie hmotnosti m skúmavky a hustoty ρ doliatej kvapaliny.

K dispozícii máte: veľkú nádobu s vodou, tenkostennú skúmavku, prúžok milimetrového papiera a meranú kvapalinu – odporúčaný je roztok soli vo vode.

Postup:

Potrebné vzťahy odvodte.

Zmerajte príslušné veličiny pre tri rôzne kvapaliny (napr. roztoky soli s rôznou koncentráciou) a hodnoty zapíšte do tabuľky.

Vypočítajte hodnoty ρ a m pre každé meranie.

Pozn.: Rozdiel vnútorného a vonkajšieho priemeru skúmavky neuvažujte. Priemer skúmavky môžete merať mm mierkou, ale pre väčšiu presnosť môžete použiť posuvné meradlo. Pre dosiahnutie čo najväčšej presnosti pracujte s čo najväčším rozsahom výšky stĺpca kvapaliny v skúmavke.

62. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie D

Autori návrhov úloh:

Lubomír Konrád (2 až 7), Ivo Čáp (1)

Recenzia a úprava úloh a riešení:

Daniel Kluvanec, Lubomír Mucha, Ivo Čáp

Preklad textu úloh do maďarského jazyka:

Aba Teleki

Redakcia:

Ivo Čáp

Vydal:

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020