

62. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2020/2021

kategória E – domáce kolo
Riešenia úloh

1. Cykloturistika

- a) Aby sme mohli odpovedať na otázku, premeníme obidve zadané rýchlosti na rovnaké jednotky, napr. m/s

$$v_1 = 1 \text{ km/h} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s} \approx 0,28 \text{ m/s. Rýchlosť } v_2 = 1 \text{ m/s je väčšia ako rýchlosť}$$
$$v_1 = 0,28 \text{ m/s.} \quad 2b$$

- b) Priemerná rýchlosť v_{p1} jazdy cyklistov je definovaná

$$v_{p1} = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} = v_1 v_2 \frac{s_1 + s_2}{s_1 v_2 + s_2 v_1}. \quad (1) \quad 4b$$

Priemerná rýchlosť cyklistov medzi štartom a cieľom za uvedených podmienok bola

$$v_{p1} = 12 \text{ km/h.} \quad 1b$$

- c) Priemernú rýchlosť v_{p2} v tomto prípade určíme zo vzťahu (1), ak dosadíme $s_1 = s_2$

$$v_{p2} = \frac{2 v_1 v_2}{v_1 + v_2}, \quad 2b$$

pre dané hodnoty $v_{p2} \approx 13 \text{ km/h.} \quad 1b$

2. Výskumná loď a hlbiny mora

- a) V hornom bode závesu, tesne nad hladinou mora je drôt natáhaný silou
- $$F_1 = h_1 S_0 g (\rho_o - \rho_v) = m_0 g \quad \text{a preto} \quad h_1 = \frac{m_0 g}{S_0 g (\rho_o - \rho_v)} \quad h_1 \approx 6180 \text{ m.} \quad 3b$$

- b) Ak sa trhá pod vlastnou váhou, je jedno, z koľkých drôtov sa skladá lano, teda $h_2 = h_1$.
- 3b

- c) V bode závesu bude lano namáhané silou

$$F_2 = Mg - \frac{M}{\rho_{\text{Ir}}} \rho_v g + N h S_0 g (\rho_o - \rho_v) \quad F_2 \approx 3980 \text{ kN, čo je tesne pod hodnotou}$$
$$N m_0 g \approx 40 \text{ kN, čo lano unesie.} \quad 4b$$

3. Chladienie čaju

- a) Medzi vodou v nerezovej nádobe vložennej do termosky A a čajom dôjde k výmene tepla Q_1 ,
 $Q_1 = m c (t_1 - t_2) = m c (t_2 - t_0)$, odkiaľ určíme teplotu t_2 čaju

$$t_2 = \frac{t_1 + t_0}{2}, \text{ pre dané hodnoty veličín } t_2 = 50,0 \text{ }^\circ\text{C} \quad 2b$$

- b) Je to možné, napr. postupom, že: vodu z potoka rozdelíme do oboch nerezových nádob, napr. polovicu vody do jednej a polovicu do druhej nerezovej nádoby. K chladieniu čaju použijeme najprv jednu nerezovú nádobu. Po tepelnej výmene v tomto prvom kroku použijeme na chladienie čaju druhú nerezovú nádobu s vodou.

Pozn.: Hodnotíme princíp, ktorý môže viesť k žiadanému výsledku. Pokiaľ je spojený s výpočtom v časti c), hodnotíme časti b) a c) úlohy spolu 8b.

3b

- c) Studenú vodu rozdelíme do nerezových nádob na časti m_1 a $m_2 = m - m_1$. Teplotu čaju po prvom chladiení označíme t_{21} , pre tepelnú výmenu v tomto prvom kroku chladienia čaju máme
- $$m c (t_1 - t_{21}) = m_1 c (t_{21} - t_0), \text{ odkiaľ}$$

$$\left(1 + \frac{m_1}{m}\right) t_{21} = t_1 + \frac{m_1}{m} t_0 \quad \text{a}$$
$$t_{21} = \frac{m}{m+m_1} t_1 + \frac{m_1}{m+m_1} t_0 = \frac{m}{m+m_1} (t_1 - t_0) + t_0. \quad t_{21} \approx 63,3 \text{ }^\circ\text{C}$$

(žiak môže počítať s konkrétnym rozdelením hmotností). 1b

Po druhom kroku chladenia (do termosky A s čajom s teplotou t_{21} vložíme druhú nerezovú nádobu naplnenú studenou vodou s hmotnosťou $m_2 = m - m_1$), dostaneme výslednú teplotu čaju (žiak môže počítať s konkrétnym rozdelením hmotností)

$$t_{v2} = \frac{m}{m+m_1} \frac{m}{m+m_2} (t_1 - t_0) + t_0. \quad 1b$$

Napr. pre $m_1 = m_2 = m/2$ dostaneme $t_{v2} = \frac{4}{9} 80^\circ\text{C} + 10^\circ\text{C} = 45,6^\circ\text{C}$. 1b

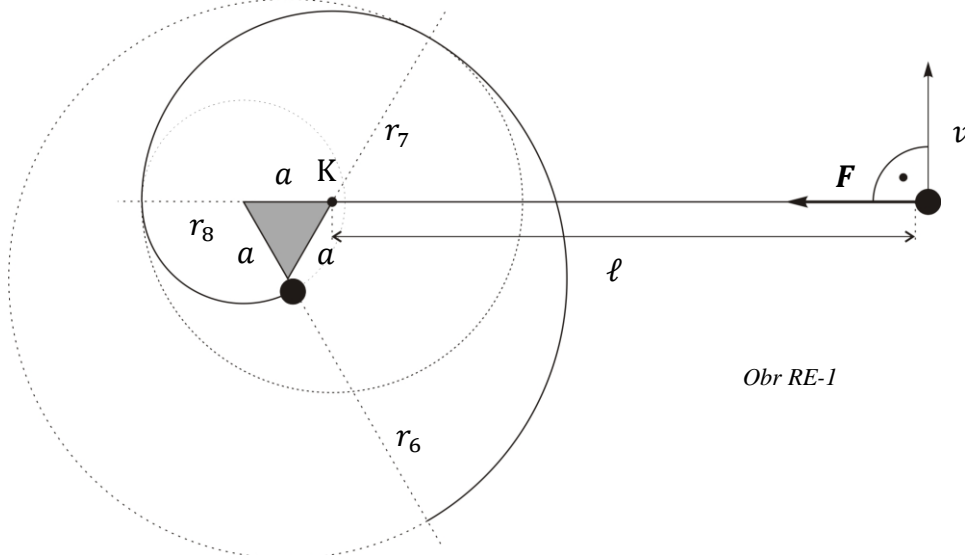
Pre vodu musí platiť, že teplo odčerpané z čaju prijala voda, ktorej výslednú teplotu označíme t_{v0} , $m c (t_1 - t_{v2}) = m c (t_{v0} - t_0)$ a

$$t_{v0} = t_1 + t_0 - t_{v2} = t_1 - \frac{m}{m+m_1} \frac{m}{m+m_2} (t_1 - t_0).$$

Pre dané hodnoty veličín a $m_1 = m_2$ máme $t_{v0} = 54,4^\circ\text{C}$ 2b

4. Kĺzanie puku po ľade

- a) Trajektória pozostáva z kružnicových oblúkov so stredmi postupne vo vrcholoch trojuholníka. Voľné vlákno sa postupne skraca o dĺžku a . Keďže pre dané hodnoty je $l/a = 8$, pozostáva trajektória z osemich oblúkov a končí sa vo vrchole pred prvým stredom otáčania, obr. RE-1. Predposledný a posledný oblúk majú polomery $2a$ a a . Správne nakreslený graf, obr. RE-1 obsahuje správne nakreslenie a zdôvodnenie.



Obr RE-1

- silu F pôsobiacu v smere vlákna do stredu otáčania 1b
 - puk svoj pohyb končí v polohe, ako je znázornené na obr. RE-x 1b
 - zmenšujúce sa polomery trajektórie puku, posledné $r_7 = 2a$, $r_8 = a$ 1b
- b) Jediná sila, ktorá pôsobí na puk, je sila F , ktorou vlákno udržuje puk na trajektórii. Puk sa vždy pohybuje kolmo na vlákno, teda sila F je kolmá na trajektóriu puku a nekoná prácu. 2b

Sila F nekoná prácu, kinetická energia puku sa nemení, a preto zostáva konštantná veľkosť rýchlosti puku $v = 1,000$ m/s. 2b

Stred puku na začiatku opíše poloblúk s polomerom $r_1 = l + \frac{d}{2}$. Príslušná dráha

$$s_1 = \pi r_1 = \pi \left(l + \frac{d}{2} \right). \quad 1b$$

Následne sa polomer trajektórie zmenší na $r_2 = r_1 - a = l + \frac{d}{2} - a$ a puk urobí 1/3 otočky okolo tyče, teda prejde dráhu

$$s_2 = \frac{2}{3} \pi r_2 = \frac{2}{3} \pi \left(l + \frac{d}{2} - a \right),$$

keď sa polomer trajektórie znova zmenší o a na $r_3 = r_2 - a = l + \frac{d}{2} - 2a$ a puk urobí 1/3 otočky okolo tyče a prejde dráhu

$$s_3 = \frac{2}{3}\pi r_3 = \frac{2}{3}\pi \left(\ell + \frac{d}{2} - 2a \right)$$

a takto až do poslednej otočky s polomerom $r_8 = \ell + \frac{d}{2} - 7a$, keď puk prejde dráhu

$$s_8 = \frac{2}{3}\pi \left(\ell + \frac{d}{2} - 7a \right).$$

Celková dráha, ktorú puk prejde do nárazu

$$s = s_1 + s_2 + \dots + s_8 = \pi \left(\ell + \frac{d}{2} \right) + \frac{2 \times 7}{3} \pi \left(\ell + \frac{d}{2} \right) - \frac{2}{3} \pi a \frac{7 \times 8}{2} = \frac{17}{3} \pi \left(\ell + \frac{d}{2} \right) - \frac{56}{3} \pi a, \quad s \approx 63,5 \text{ m.}$$

1,5 b

c) Puk narazí do tyče v čase $t_1 = \frac{s}{v} = 63,5 \text{ s}$

0,5 b

5. Úsporné svietidlo (LED čip)

- a) Pomocou rezistorov, ktoré sú priradené k jednotlivým diódam, sa nastavujú požadované nominálne hodnoty napätia a prúdu jednotlivých LED čipov.

1b

Napätie zdroja $U_z \approx 3 \cdot U_{0z} = 3,9 \text{ V}$.

Pre každú vetvu rezistora a LED

$$U_{AB} = U_z = R I_0 + U_0.$$

Z toho určíme odpor R

$$R = \frac{U_z - U_0}{I_0}.$$

$$R \approx 29 \Omega \quad (\sim 30 \Omega) \quad 2b$$

Každou vetvou rezistora a LED, ak použijeme rezistory s odporom

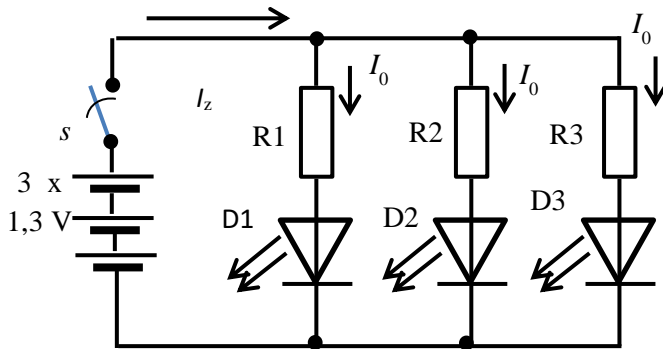
$R = 30 \Omega$, prechádza prúd

$$I_0 \approx 17 \text{ mA.} \quad 2b$$

Prúd zdroja svietidla

$$I_z = 3 \cdot I_0, \quad I_z \approx 51 \text{ mA} \quad 1b$$

obr. RE -2 1b



Obr. RE - 2

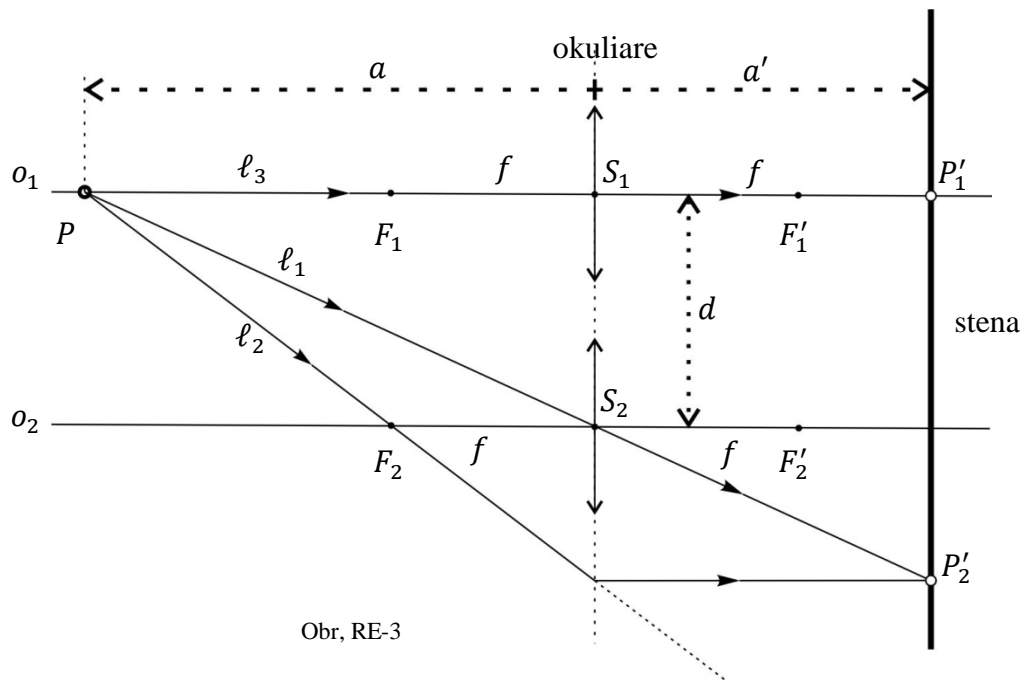
- b) Svetelný tok každej LED pri zapnutom spínači, pre $k_0 \approx \frac{100 \text{ lm}}{\text{W}}$, $\varphi_1 = k_0 \cdot P_0$, svetelný tok svietidla s tromi LED $\varphi = 3 \varphi_1 = 3 k_0 \cdot P_0$, kde $P_0 = U_0 I_0$ je elektrický príkon jednej LED. Pre dané hodnoty $P_0 \approx 0,058 \text{ W}$ a $\varphi \approx 17 \text{ lm}$. 2b

- c) Pri zapnutom spínači sa spotrebuje elektrická energia každej batérie zdroja, preto $Q = t \cdot I_z$, $t = Q/I_z$ a $t = 37 \text{ h}$. 1b

Svietidlá s LED dosahujú pre praktické použitie svietivosť niekoľko stoviek a tisícok lúmenov. Obsahujú desiatky LED usporiadaných v čipoch v bežných svietidlách alebo špeciálne upravených pre signalizačnú funkciu alebo osvetlenie, napr. v automobiloch alebo v domácnostiach, halách i pouličných osvetleniach.

6. Obráz plameňa kahančeka

a)



Obr, RE-3

Obrázok RE - 3

1b

Popis veličín.

Okuliare pozostávajú z dvoch rovnakých šošoviek 1 a 2 (za popis všetkých veličín celkom 3 body)

S_1, S_2 stredy šošoviek 1 a 2 0,25 b

o_1, o_2 optické osi šošoviek 1 a 2 (kolmé na šošovky aj na stenu a sú vzájomne rovnobežné), 0,25 b

F_1, F_2 predmetové ohniskové body šošoviek 1 a 2, 0,25 b

F'_1, F'_2 sú obrazové ohniskové body šošoviek 1 a 2, 0,25 b

f je ohnisková vzdialenosť rovnaká pre obidve šošovky (predmetová sa rovná obrazovej ohniskovej vzdialenosti) 0,25 b

P je bod - plameň sviečky na optickej osi o_1

0,25 b

P'_1, P'_2 je obraz plameňa P vytvorený šošovkami 1 a 2. 0,25 b

a je predmetová vzdialenosť plameňa P 0,25 b

a' je obrazová vzdialenosť obrazov P'_1 a P'_2 0,25 b

l_1, l_2, l_3 - trojica zobrazovacích lúčov pre zostrojenie obrazov P'_1 a P'_2 alebo ekvivalenty 0,75 b

Zostrojíme obraz P'_2 bodu P pomocou lúča l_1 vedeného stredom S_2 šošovky 2 a lúča l_2 vedeného predmetovým ohniskom F_2 šošovky 2. Ich priesečník P'_2 určuje polohu steny, na ktorej sa vytvárajú obrazy plameňa P . Stena je kolmá na optické osi o_1 a o_2 , šošovky majú rovnakú ohniskovú vzdialenosť, preto obrazová vzdialenosť a'_1 obrazu P'_1 je rovnaká, ako obrazová vzdialenosť a'_2 obrazu P'_2 , teda $a'_1 = a'_2 = a'$. 1b

b) $f = \frac{1}{\varphi} = \frac{1\text{m}}{2,00}$, $f = 50 \text{ cm}$. 1b

Podľa zobrazovacej rovnice

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \quad \text{teda} \quad a' = \frac{af}{a-f}, \quad a' = 75 \text{ cm}.$$

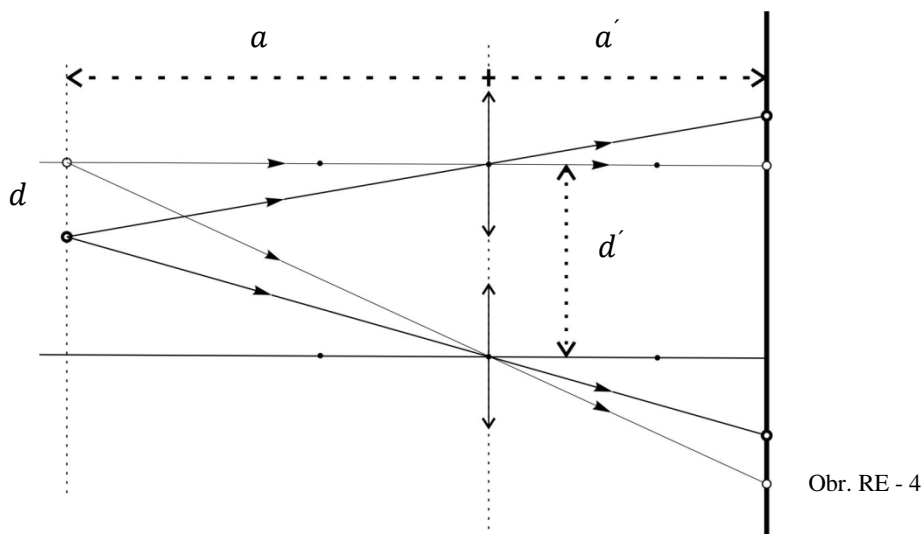
Stena je od okuliarov vo vzdialenosti $a' = 75 \text{ cm}$.

1b

Vzdialenosť medzi obrazmi P'_1 a P'_2 označme d' , potom z podobnosti trojuholníkov vyplýva, že

$$\frac{d'}{a+a'} = \frac{d}{a}, \text{ teda } d' = \frac{a+a'}{a}d, \quad d' = 10,5 \text{ cm} \quad 1b$$

c)



Z konštrukcie je zrejmé, že ak sa pohybuje kahanček (plameň) rovnobežne so stenou, napr. rovnobežne so spojnicou stredov S_1 a S_2 šošoviek, obr. RE- 4 , vzdialenosť d' je znova daná z podobnosti príslušných trojuholníkov, lebo predmetová vzdialenosť a sa nemení, a nezmení sa ani obrazová vzdialenosť a'

$$\frac{d'}{a+a'} = \frac{d}{a}, \text{ teda } d' = \frac{a+a'}{a}d, \quad d' = 10,5 \text{ cm.} \quad 1b$$

Vzdialenosť medzi obrazmi sa teda nemení. Ak rýchlosť obrazu P'_1 je $v_1 = 1,0 \text{ cm/s}$, aj rýchlosť obrazu P'_2 je rovnaká, teda $v_2 = v_1 = 1,0 \text{ cm/s}$. 1b

62. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie E

Autori návrhov úloh:	Daniel Klivanec (1,5,7), Aba Teleki (3, 6), Boris Lacsny (2, 4)
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Daniel Klivanec
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020