Slovenská komisia MO, FPEDAS ŽU, Univerzitná 1, 010 26 Žilina

56. ročník matematickej olympiády

Úlohy II. kola kategórie B

1. Určte reálne čísla a, b, c tak, aby polynóm x^4+ax^2+bx+c bol deliteľný polynómom x^2+x+1 a pritom súčet $a^2+b^2+c^2$ bol čo najmenší.

2. Daný je trojuholník ABC so stranou BC dĺžky 22 cm a stranou AC dĺžky 19 cm, ktorého ťažnice t_a, t_b sú navzájom kolmé. Vypočítajte dĺžku strany AB.

3. Prirodzené číslo nazveme *vlnitým*, ak pre každé tri po sebe idúce číslice a, b, c jeho dekadického zápisu platí $(a-b)(b-c)<0$. Dokážte, že z číslic $0, 1, \ldots, 9$ je možné zostaviť viac ako 25 000 desaťciferných vlnitých čísel, z ktorých každé obsahuje všetky číslice od nuly po deviatku (číslica 0 nesmie byť na prvom mieste).

4. Je daný ostrouhlý trojuholník ABC. Pre ľubovoľný bod L jeho strany AB označme K, M päty kolmíc z bodu L na strany AC, BC. Zistite, pre ktorú polohu bodu L je úsečka KM najkratšia.

II. kolo kategórie B sa koná

v utorok 27. marca 2007

tak, aby začalo dopoludnia a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.