

56. ročník Matematickej olympiády

Kategória Z5 – riešenia a návrh bodovania

Z5-II-1

Dievčatá zbierali uzávery PET- fľaší. Šárka ich nazbierala 20, Svetlana 29, Marta 31, Maruška 49 a Monika 51. Každé z dievčat nasypalo všetky svoje nazbierané uzávery buď do modrej, alebo do červenej škatule. Paľko pri počítaní uzáverov zistil, že v modrej škatuli je dvakrát viac uzáverov ako v červenej. Ktoré dievčatá nasypali svoje uzávery do modrej a ktoré do červenej škatule?

(L. Hozová)

Riešenie:

Najprv sčítame všetky uzávery, ktoré dievčatá nazbierali, tj.

$20 + 29 + 31 + 49 + 51 = 180$. Nakoľko v modrej krabici má byť dvakrát viac uzáverov ako v červenej, je treba rozdeliť 180 uzáverov na 60 a 120, tj. 1 diel a 2 diely.

Potom hľadáme, ktoré 2 z 5 čísel dajú súčet 60. Možnosť je jediná, $60 = 29 + 31$, a potom $120 = 20 + 49 + 51$. Do červenej škatule nasypali uzávery Svetlana a Marta a do modrej škatule nasypali uzávery Šárka, Maruška a Monika.

Bodovanie:

súčet 180

1 bod

rozdelenie 60 a 120

1 bod

$60 = 29 + 31$

2 body

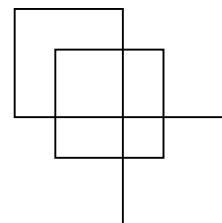
dopočítanie a odpoveď

2 body

Z5-II-2

Na obrázku sú znázornené 3 navzájom sa prekrývajúce štvorce. Zisti ich obsahy, ak vieš, že:

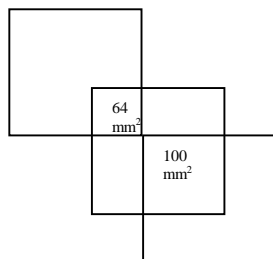
- strana najväčšieho štvorca je o 1 mm dlhšia, ako strana prostredného a o 2 mm dlhšia ako strana najmenšieho z nich,
- spoločná časť najväčšieho a prostredného štvorca je štvorec s obsahom 100 mm^2 ,
- spoločná časť prostredného a najmenšieho štvorca je štvorec s obsahom 64 mm^2 .



(Pozor, obrázok môže byť veľmi nepresný, neoplatí sa ti merať.)

(S. Bednářová)

Riešenie:



Pri riešení do náčrtu vpíšeme známe údaje, tj. obsahy spoločných častí štvorcov.

Prostredný štvorec (čo do veľkosti), je i štvorec umiestnený uprostred obrázka, ináč by nespĺňal podmienky zadania úlohy.

Ak obsah štvorca je 100 mm^2 , tak jeho strana má dĺžku 10 mm.

Ak obsah štvorca je 64 mm^2 , tak jeho strana má dĺžku 8 mm.

Z toho vyplýva, že strana prostredného štvorca má dĺžku

$$8 + 10 = 18 \text{ [mm]}.$$

Potom najväčší štvorec má stranu dĺžky $1 + 18 = 19 \text{ [mm]}$ a jeho obsah je

$$S = 19 \cdot 19 = 361 \text{ mm}^2.$$

Prostredný štvorec má obsah $S = 18 \cdot 18 = 324 \text{ mm}^2$.

Najmenší štvorec má stranu dĺžky $18 - 1 = 17 \text{ [mm]}$, jeho obsah je potom

$$S = 17 \cdot 17 = 289 \text{ mm}^2.$$

Obsahy troch zadaných štvorcov sú: 361 mm^2 , 324 mm^2 a 289 mm^2 .

Bodovanie:

prostredný štvorec uprostred a 18 mm a 324 mm^2	2 body
17 mm a 289 mm^2	2 body
19 mm a 361 mm^2	2 body

Z5-II-3

Na záhradke vyrástlo štyrikrát viac kalerábov ako brokolíc a trikrát viac redkvičiek ako kalerábov. Celková hmotnosť brokolíc bola 5 kg . Koľko kusov zeleniny vyrástlo na záhradke, ak každá brokolica vážila 250 g ? (Iná zelenina tam nerástla.)

(L. Černíček)

Riešenie:

Všetky brokolice vážia 5 kg , jedna brokolica váží 250 g , tj. najprv zistíme počet brokolíc: $5 \text{ kg} = 5000 \text{ g}$, $5000 : 250 = 20$.

Ak brokolíc je 20 a kalerábov je štyrikrát viac, tak kalerábov je $4 \cdot 20 = 80$ kusov.

Redkvičiek je trikrát viac ako kalerábov, tj. $3 \cdot 80 = 240$ kusov.

Spolu je na záhradke $20 + 80 + 240 = 340$ kusov zeleniny.

Bodovanie:

$5 \text{ kg} = 5000 \text{ g}$ (Alebo 250 g je štvrt' kila...)	1 bod
$5000 : 250 = 20$ (... 5 kg má 20 štvrt'kíl)	1 bod
80 kalerábov	1 bod
240 redkvičiek	1 bod
dopočítanie a komentár	2 body