

2009/2010  
59. ročník MO

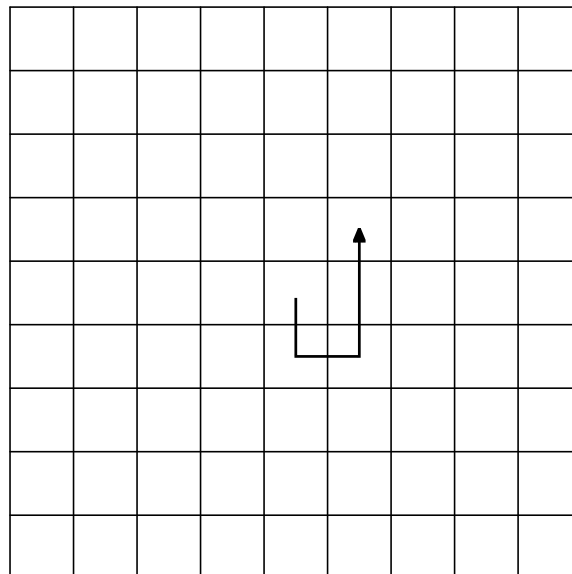
Riešenia úloh obvodného kola kategórie Z5

1. Matúš a jeho kamaráti išli na Štefana koledovať. Okrem jabĺčok, orieškov a perníčkov dostal každý z chlapcov aj pomaranče. Jaro dostal 1 pomaranč, Milan tiež. Po dvoch pomarančoch dostali Rado, Patrik, Michal a Dušan. Matúš dostal dokonca štyri pomaranče, čo bolo najviac zo všetkých chlapcov. Ostatní chlapci dostali po troch pomarančoch. Koľko chlapcov išlo koledovať, keď všetci spolu dostali 23 pomarančov? (M. Volfová)

**Riešenie.** Chlapci, ktorých mená poznáme, dostali spolu celkom  $1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 4 = 14$  pomarančov. Na chlapcov, ktorých mená nepoznáme, ostáva  $23 - 14 = 9$  pomarančov. Keďže každý z týchto chlapcov dostal tri pomaranče, muselo ich byť  $9 : 3 = 3$ . Sedem chlapcov poznáme po mene, ďalších troch chlapcov nie, takže celkom išlo koledovať 10 chlapcov.

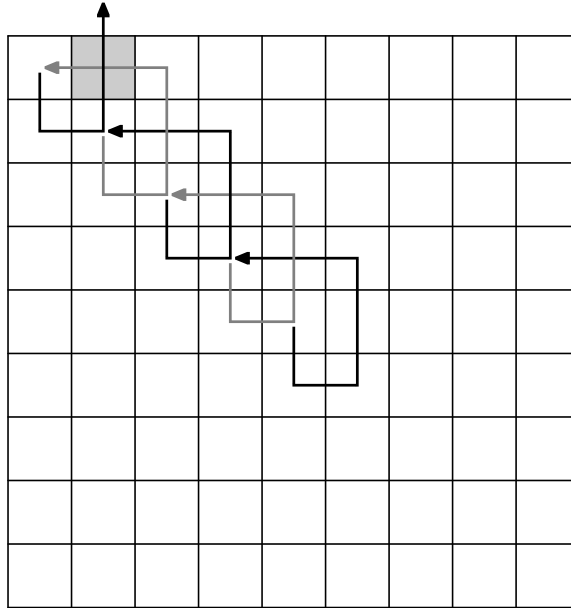
*Návrh hodnotenia.* 2 body za určenie počtu pomarančov, ktoré dostali chlapci so známymi menami; 1 bod za určenie počtu pomarančov, ktoré dostali chlapci s neznámymi menami; 2 body za určenie počtu chlapcov s neznámymi menami; 1 bod za určenie počtu všetkých chlapcov.

2. Bzdocha Jozefína dopadla na stôl doprostred štvorcovej siete tvorenej 81 štvorcami – viď obr. 1. Rozhodla sa, že zo siete nezlezie na stôl priamo, ale nasledujúcim spôsobom: najprv jeden štvorček na juh, potom jeden na východ, potom dva na sever, dva na západ a opäť jeden na juh, jeden na východ, dva na sever, dva na západ... Na ktorom štvorčeku bola tesne pred tým, než zliezla z tejto siete na stôl? Po koľkých štvorčekoch tejto siete liezla? (M. Petrová)



Obr. 1

**Riešenie.** Nakreslíme na obr. 2 celú cestu bzdochy Jozefíny po tejto štvorcovej sieti.



Obr. 2

Predtým, ako Jozefína zliezla zo štvorcovej siete, bola na sivo označenom políčku. Celkom liezla po dvadsiatich štvorčekoch tejto siete.

*Návrh hodnotenia.* 3 body za znázornenie alebo zdôvodnenie správnej cesty Jozefíny po štvorcovej sieti; 1 bod za označenie príslušného políčka na štvorcovej sieti; 2 body za určenie počtu políčok, po ktorých liezla. Ak riešiteľ urobí pri načrtávaní cesty chybu z nepozornosti, dajte celkom 2 body.

**3.** Jurko má paličky dĺžok 2 cm, 3 cm, 3 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 5 cm, 5 cm, 6 cm, 6 cm a 9 cm. Skladá z nich strany trojuholníkov. Žiadna palička nie je súčasťou strany dvoch alebo viac trojuholníkov. Jurko môže použiť toľko paličiek, koľko chce, ale nesmie ich lámať a každá použitá palička musí ležať celá na obvode trojuholníka. Jurko tvrdí, že sa jeho paličky dajú použiť na poskladanie strán troch trojuholníkov s rovnakými obvodmi. Má pravdu? Aký najväčší obvod by také trojuholníky mali? (M. Dillingerová)

**Riešenie.** Ak majú mať trojuholníky najväčší možný obvod, potrebujeme použiť čo najviac čo najdlhších paličiek.

Všetky paličky merajú dokopy 51 cm. Keby sme použili všetky, bol by obvod jedného trojuholníka  $51 : 3 = 17$  (cm). V jednom z týchto trojuholníkov by musela byť aj palička dlhá 9 cm a na zvyšné dve strany by prislúchalo spolu 8 cm. To by však znamenalo, že súčet dĺžok dvoch strán v trojuholníku by bol menší ako dĺžka tretej strany, takže paličku dĺžky 9 cm nemôžeme pre trojuholník s obvodom 17 cm použiť. Samozrejme ju nemožno použiť ani pre trojuholník s ešte menším obvodom.

Zvyšné paličky majú súčet dĺžok 42 cm, takže na obvod jedného trojuholníka prislúcha 14 cm. To už sa realizovať dá, a to ktoroukoľvek z nasledujúcich možností (všetky veličiny sú v cm):

- 6, 6, 2;      5, 5, 4;      5, 3+3, 3;
- 6, 5, 3;      5, 5, 4;      6, 3+3, 2;
- 6, 5, 3;      5, 5, 4;      6, 3, 3+2;
- 6, 5, 3;      6, 5, 3;      5, 4+2, 3;
- 6, 5, 3;      6, 5, 3;      5, 4, 2+3;

Vo všetkých piatich prípadoch je pri všetkých takto zostavených trojiciach splnená trojuholníková nerovnosť. Takže Jurko má pravdu a najväčšie možné obvody sú 14 cm.

*Návrh hodnotenia.* 1 bod za výpočet maximálneho obvodu 17 cm; 2 body za vylúčenie paličky dĺžky 9 cm; 1 bod za nájdenie obvodu 14 cm; 1 bod za rozdelenie paličiek k jednotlivým obvodom (stačí jeden spôsob); 1 bod za nejaké overenie trojuholníkovej nerovnosti pri tomto rozdelení. Za experimentálne nájdené jedno riešenie a zistenie obvodov 14 cm bez vysvetlenia, prečo riešiteľ nepoužíva paličku dlhú 9 cm (teda prečo obvod nemôže byť viac ako 14 cm), dajte celkom 3 body.

*Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideluje 6 bodov. Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.*

*Prosíme o zaslanie výsledkových listín obvodných kôl predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe.*