

**59. ročník Matematickej olympiády
2009/2010**

Úlohy školského kola kategórie A

1. V obore reálnych čísel riešte sústavu rovníc

$$\sqrt{x - y^2} = z - 1,$$

$$\sqrt{y - z^2} = x - 1,$$

$$\sqrt{z - x^2} = y - 1.$$

2. Nájdite všetky možné hodnoty podielu

$$\frac{r + \varrho}{a + b},$$

pričom r je polomer kružnice opísanej a ϱ polomer kružnice vpísanej pravouhlému trojuholníku s odvesnami dĺžok a a b .

3. Na tabuli sú napísané čísla $1, 2, \dots, 33$. V jednom kroku zvolíme niekoľko čísel napísaných na tabuli (aspoň dve), ktorých súčin je druhou mocninou prirodzeného čísla, zvolené čísla zotrieme a na tabuľu napíšeme druhú odmocninu z ich súčinu. Takto pokračujeme, až na tabuli ostanú iba také čísla, že súčin žiadnych z nich nie je druhou mocninou. Koľko najmenej čísel môže na tabuli ostať?

Školské kolo kategórie A sa koná

v utorok 1. decembra 2009

tak, aby začalo dopoludnia a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Učitelia pošlú opravené riešenia školských kôl aj s výsledkovou listinou predsedom KK MO alebo nimi poverenej osobe tak, aby zásielka bola doručená pred Vianocami. Odporúča sa odoslať ich najneskôr 16. decembra 1. triedou.