

**59. ročník Matematickej olympiády
2009/2010**

**Kategória Z4, školské kolo
Riešenia a návrh bodovania**

Z4-II-1

Jana si na poličku uložila svoje tri obľúbené bábiky. Každá bábika má samozrejme meno, inú farbu vlasov, šatôčiek a mašle na nich. Bábika Ariel má modré šatôčky. Blondínka má ružové šatôčky. Jedna bábika má striebornú mašľu. Hanna nemá hnedé vlasy. Na ružových šatôčkach je veľká zlatá mašľa. Hnedovláska má modrú mašľu. Zuzka nemá biele šatôčky. Ktorá má biele šatôčky? Vypíš, ako sa volá čiernovláska, aké má šatôčky a mašľu.

(M. Dillingerová)

Riešenie:

Máme mená: Ariel, Hanna, Zuzka, šatôčky: modré, biele, ružové, vlasy: blond, hnedé, čierne, mašľu: striebornú, zlatú a modrú.

Biele šatôčky nemôže mať Zuzka ani Ariel, čiže ich má Hanna. Ariel má šatôčky modré a Hanna biele, takže Zuzka je blondína. Hanna nemá hnedé vlasy, nemôže byť ani blondína, čiže má čierne vlasy. Potom hnedé vlasy a modrú mašľu musí mať Ariel. Pre Hannu ostáva už len strieborná mašľa.

Čiernovláska sa volá Hanna, má biele šatôčky so striebornou mašľou.

Bodovanie:

Odpoveď na prvú otázku 2 body

Odpoveď na druhú otázku 4 body

Z4-II-2

Doplňte miesto hviezdičiek čísla tak, aby súčet výsledkov oboch príkladov bol 9 345.

$$\begin{array}{r} * * * 6 \\ 1 5 7 * \\ \hline * * 0 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 * 3 * \\ 2 8 * 4 \\ \hline * 5 4 * \end{array}$$

(M. Dillingerová)

Riešenie:

Na poslednom mieste druhého čísla prvého príkladu musí byť štvorka.

Na poslednom mieste druhého výsledku musí z dôvodu súčtu byť číslo 5, preto v prvom čísle je jednotka.

$$\begin{array}{r} * * * 6 \\ 1 5 7 4 \\ \hline * * 0 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 * 3 1 \\ 2 8 * 4 \\ \hline * 5 4 5 \end{array}$$

Teraz doplníme do oboch príkladov čísla na miestach desiatok. V druhom príklade sa dá jednoducho doplniť aj číslo na mieste stoviek.

$$\begin{array}{r} * \quad * \quad 2 \quad 6 \\ 1 \quad 5 \quad 7 \quad 4 \\ \hline * \quad * \quad 0 \quad 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \quad 7 \quad 3 \quad 1 \\ 2 \quad 8 \quad 1 \quad 4 \\ \hline * \quad 5 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

Číslo na mieste stoviek v prvom čísle musíme dopĺňať podľa súčtu oboch príkladov. Teda najprv doplníme do výsledku číslo 8, potom do prvého riadku číslo 2. Súčasne môžeme doplniť aj číslicu na mieste tisícok druhého príkladu.

$$\begin{array}{r} * \quad 2 \quad 2 \quad 6 \\ 1 \quad 5 \quad 7 \quad 4 \\ \hline * \quad 8 \quad 0 \quad 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \quad 7 \quad 3 \quad 1 \\ 2 \quad 8 \quad 1 \quad 4 \\ \hline 5 \quad 5 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

Opäť z výsledku súčtu oboch vidíme, že vo výsledku prvého príkladu je na mieste tisícok trojka.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \quad 2 \quad 6 \\ 1 \quad 5 \quad 7 \quad 4 \\ \hline 3 \quad 8 \quad 0 \quad 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \quad 7 \quad 3 \quad 1 \\ 2 \quad 8 \quad 1 \quad 4 \\ \hline 5 \quad 5 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

Skúška: $3\,800 + 5\,545 = 9\,345$

Bodovanie:

- Doplnenie na úrovni prvého obrázku 1 bod
- Doplnenie na úrovni druhého obrázku 1 bod
- Doplnenie na úrovni tretieho obrázku 2 body
- Doplnenie na úrovni štvrtého obrázku 1 bod
- Skúška alebo inak vypísaný súčet oboch výsledkov 1 bod

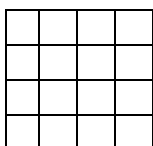
Z4-II-3

Ivan mal z papiera so štvorčekovou sieťou vystrihnutý obdĺžnik. Strany obdĺžnika ležali na čiarach siete. Keď zo svojho obdĺžnika z každej strany odstrihol pás o šírke jedného štvorčeka siete, dokázal z týchto pásov (bez ďalšieho strihania a bez prekryvania či dier) zložiť štvorec obsahujúci 16 štvorčekov. Urči aké rozmery (v štvorčekoch siete) mal Ivanov pôvodný obdĺžnik.

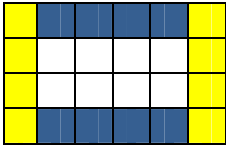
(M. Dillingerová)

Riešenie:

Štvorec obsahujúci 16 štvorčekov je takýto:



Ten musel Ivan zložiť zo štyroch rovnakých pásikov po 4 štvorčekoch.
Jeho obdĺžnik teda musel vyzeráť takto:



Farebne sú zvýraznené odstrihnuté pásiky. Najprv odstrihol z kratších strán – svetlé pásiky, potom z pôvodne dlhších strán – tmavšie pásiky.
Ivanov pôvodný obdĺžnik mal rozmery 4 x 6 štvorčekov.

Bodovanie:

Rozmery štvorca	1 bod
Rozdelenie štvorca na 4 pásiky	1 bod
Rozmery obdĺžnika	2 body
Postupnosť strihania	2 body