

**61. ročník Matematickej olympiády
2011/2012**

**Úlohy školského kola kategórie C
(maďarská verzia)**

1. Keressétek meg az összes természetes számokból álló a, b számpárt, amelyre teljesül a

$$\{a \cdot [a, b], b \cdot (a, b)\} = \{45, 180\}$$

halmazegyenlőség, ahol (x, y) az x és y számok legnagyobb közös osztóját, $[x, y]$ pedig a legkisebb közös többszörösét jelöli.

2. Jelölje S az ABC egyenlő szárú háromszög AB alapjának középpontját. Tegyük fel, hogy az ACS és BCS háromszög beírt köreinek AB -vel való érintési pontjai az AB alapot három egyenlő részre osztják fel. Számítsátok ki az $|AB| : |CS|$ arányt!

3. A p, q, r, s valós számok kielégítik a

$$p^2 + q^2 + r^2 + s^2 = 4 \quad \text{és} \quad pq + rs = 1$$

egyenleteket. Bizonyítsátok be, hogy ezen számok között biztosan van kettő, melyek különbsége legfeljebb 1, és van olyan kettő is, melyek különbsége legalább 1.

A C kategória iskolai fordulójára

2012. január 26-án (csütörtökön)

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Kérjük a tanárokat, hogy az iskolai forduló kijavított megoldásait a verseny eredménylistájával együtt az MO kerületi bizottságának elnökéhez legkésőbb február 15-ig juttassák el.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: *uvodení pri riešeníach úloh*

Recenzenti: Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Pavel Novotný, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2012