

64. ročník Matematickej olympiády, 2014/2015

Úlohy školského kola kategórie B (maďarská verzia)

1. Tegyük fel, hogy az a természetes számnak pontosan 15 pozitív osztója van. Határozd meg, hány pozitív osztója lehet a b természetes számnak, ha az a és b számok legkisebb közös többszörösének 20 pozitív osztója van!
2. Jelölje P az $ABCD$ konvex négyszög átlóinak metszéspontját! Számítsd ki ezen négyszög területét, ha az ABC , BCD és DAP háromszögek területei rendre 8 cm^2 , 9 cm^2 és 10 cm^2 .
3. Bizonyítsd be, hogy tetszőleges a , b , c pozitív valós számokra fennáll:

$$\frac{ab}{a^2 - ab + b^2} + \frac{bc}{b^2 - bc + c^2} + \frac{ca}{c^2 - ca + a^2} \leq 3.$$

Egyúttal határozd meg, mikor áll fenn egyenlőség!

A B kategória iskolai fordulójára

2015. január 22-án (csütörtökön)

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhetsz. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Kérjük a tanárokat, hogy az iskolai forduló kijavított megoldásait a verseny eredménylistájával együtt az MO kerületi bizottságának elnökéhez legkésőbb február 14-ig juttassák el.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Pavel Novotný, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf
Recenzenti: Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Pavel Novotný, Peter Novotný
Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki
Redakčná úprava: Peter Novotný
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015