

64. ročník Matematickej olympiády, 2014/2015

Úlohy krajského kola kategórie A (maďarská verzia)

1. Adott az ABC háromszög, amelynek C csúcsánál tompaszög van. Az AC szakasz o_1 tengelye az AB oldalt a K pontban metszi, a BC szakasz o_2 tengelye az AB oldalt az L pontban metszi. Az o_1 és o_2 tengelyek metszéspontját jelölje O . Bizonyítsd be, hogy a KLC háromszög beírt körének középpontja az OKL háromszög köré írt körére illeszkedik!
2. Keresd meg az összes olyan prímszámokból álló (p, q) számpárt, amelyre $p^2 + 5pq + 4q^2$ négyzetszám!
3. Az a, b, c pozitív valós számokra fennáll:

$$ab + bc + ca = 16, \quad a \geq 3.$$

Keresd meg a $2a + b + c$ kifejezés lehető legkisebb értékét!

4. Adva van a síkban n pont (ahol $n \geq 3$), melyek közül semelyik három nem fekszik egy egyenesen. Vegyük az összes olyan háromszöget, melyek csúcsai az adott pontokban helyezkednek el. Tekintsük ezen háromszögek belső szögeit, ezek közül a legkisebbet jelölje φ . Adott n esetén határozd meg φ lehető legnagyobb értékét!

Az **A** kategória kerületi fordulójára

2015. január 13-án (kedden)

dél előtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Pavel Novotný, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf
Recenzenti: Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Pavel Novotný, Peter Novotný
Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki
Redakčná úprava: Peter Novotný
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015