

**64. ročník Matematickej olympiády, 2014/2015**  
**Úlohy krajského kola kategórie B (maďarská verzia)**

1. Az  $n$  természetes szám összes pozitív osztójának szorzata  $20^{15}$ . Határozzátok meg  $n$  értékét!

2. Határozzátok meg a

$$V = x^2 + \frac{2}{1 + 2x^2}$$

kifejezés lehető legkisebb értékét, ahol  $x$  tetszőleges valós szám. Mely  $x$  esetén éri el  $V$  ezt az értéket?

3. Bizonyítsátok be, hogy egy hegyesszögű  $ABC$  háromszög magasságpontja és súlypontja akkor és csak akkor van egyenlő távolságban az  $AB$  oldaltól amikor az  $A$  és  $B$  csúcsoknál fekvő  $\alpha$  és  $\beta$  belső szögekre fennáll a  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = 3$  egyenlőség.

4. Egy táblára sorba felírtuk az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokat és az

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} x^2 + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} x + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = 0$$

„egyenlet“. Márk és Tamás a következő játékot játssza. Elsőként Márk választ egy számot a sorból, beírja az „egyenlet“ egy üres mezőjébe és letörli ezt a számot a sorból. Ezután Tamás választ egy megmaradó számot a sorból, beírja azt egy üres mezőbe, majd letörli a sorból. Ekkor Márk következik és ugyanígy tesz, végül Tamás behelyezi a megmaradó három számot az „egyenlet“ maradék üres mezőibe. A játékot Márk nyeri, ha a keletkezett racionális együtthatójú másodfokú egyenletnek két különböző valós gyöke van. Egyébként Tamás a nyertes. Határozzátok meg melyik játékos nyerhet a másik játékos lépéseitől függetlenül.

A **B** kategória kerületi fordulójára

**2015. március 31-én (kedden)**

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) és [skmo.sk](http://skmo.sk).

---

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Pavel Novotný, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Roman Soták, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Pavel Novotný, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Stanislav Krajčí, Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015