

64. ročník Matematickej olympiády, 2014/2015

Úlohy krajského kola kategórie C

1. Celé čísla od 1 do 9 rozdelíme ľubovoľne na tri skupiny po troch a potom čísla v každej skupine medzi sebou vynásobíme.
 - a) Určte tieto tri súčiny, ak viete, že dva z nich sa rovnajú a sú menšie ako tretí súčin.
 - b) Predpokladajme, že jeden z troch súčinov, ktorý označíme S , je menší ako dva ostatné súčiny (ktoré môžu byť rovnaké). Nájdite najväčšiu možnú hodnotu S .
2. V jednom políčku šachovnice 8×8 je napísané „–“ a v ostatných políčkach „+“. V jednom kroku môžeme zmeniť na opačné súčasne všetky štyri znamienka v ktoromkoľvek štvorci 2×2 na šachovnici. Rozhodnite, či po určitom počte krokov môže byť na šachovnici oboch znamienok rovnaký počet.
3. Daný je lichobežník $ABCD$ so základňami AB , CD , pričom $2|AB| = 3|CD|$.
 - a) Nájdite bod P vnútri lichobežníka tak, aby obsahy trojuholníkov ABP a CDP boli v pomere $3 : 1$ a aj obsahy trojuholníkov BCP a DAP boli v pomere $3 : 1$.
 - b) Pre nájdenny bod P určte postupný pomer obsahov trojuholníkov ABP , BCP , CDP a DAP .
4. Hovoríme, že kladné reálne číslo je *copaté*, ak nie je prirodzené a vo svojom dekadickom zápise obsahuje za desatinnou čiarkou iba konečne veľa nenulových cifier.
 - a) Nájdite dve copaté čísla a , b také, že $a \cdot b = 2015$.
 - b) Rozhodnite, či existujú tri copaté čísla a , b , c také, že čísla $a \cdot b$, $b \cdot c$ a $c \cdot a$ sú všetky prirodzené.

Krajské kolo kategórie C sa koná

v utorok 31. marca 2015

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Pavel Novotný, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Roman Soták, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Pavel Novotný, Peter Novotný

Redakčná úprava: Stanislav Krajčí, Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015