

## 64. ročník Matematickej olympiády, 2014/2015

### Úlohy krajského kola kategórie Z9

1. Peter, Martin a Juraj triafali do zvláštneho terča, ktorý mal iba tri políčka s navzájom rôznymi hodnotami. Každý z chlapcov hádzal celkom desaťkrát a vždy trafil do terča. Bodový zisk z prvých ôsmich hodov mali všetci traja chlapci rovnaký. Pri posledných dvoch hodoch trafil Juraj dvakrát políčko s najnižšou možnou hodnotou, Martin dvakrát políčko so strednou hodnotou a Peter dvakrát políčko s najvyššou hodnotou. Aritmetický priemer všetkých Martinových hodov bol o 1 väčší ako Jurajov priemer a Petrov priemer bol o 1 väčší ako Martinov priemer. Určte všetky možné hodnoty políčok na terči, ak viete, že jedna z nich bola 12.
2. V trojuholníku  $ABC$  ležia na strane  $AB$  body  $E$  a  $F$ . Obsah trojuholníka  $AEC$  je  $1\text{ cm}^2$ , obsah trojuholníka  $EFC$  je  $3\text{ cm}^2$  a obsah trojuholníka  $FBC$  je  $2\text{ cm}^2$ . Bod  $T$  je ťažiskom trojuholníka  $AFC$  a bod  $G$  je priesečníkom priamok  $CT$  a  $AB$ . Bod  $R$  je ťažiskom trojuholníka  $EBC$  a bod  $H$  je priesečníkom priamok  $CR$  a  $AB$ . Určte obsah trojuholníka  $GHC$ .
3. Určte, aká je posledná cifra súčinu všetkých párnych prirodzených čísel, ktoré sú menšie ako 100 a ktoré nie sú násobkami 10.
4. Daný je obdĺžnik  $ABCD$ , ktorého kratšia strana je  $AB$ . Určte, pre ktoré body  $P$  na priamke  $AD$  platí, že os uhla  $BPD$  prechádza bodom  $C$ . Svoje tvrdenie zdôvodnite a popíšte, ako by ste všetky také body zostrojili.

Krajské kolo kategórie Z9 sa koná

**v stredu 18. marca 2015**

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 12 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) a [skmo.sk](http://skmo.sk).

---

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, Ivan Cimrák, Lenka Dedková, Monika Dillingerová, Libuše Hozová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, Marie Krejčová, Martin Mach, Erika Novotná, Eva Patáková, Karel Pazourek, Michaela Petrová, Miroslava Smitková, Libor Šimůnek, Marta Volfová, Vojtěch Žádník

Recenzenti: Alžbeta Bohiniková, Svetlana Bednářová, Monika Dillingerová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, Miroslava Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015