

## 65. ročník Matematickej olympiády, 2015/2016

### Úlohy školského kola kategórie A (maďarská verzia)

1. Egy prímszámot *szépnek* nevezünk, ha felírható két természetes szám köbének különbségeként. Határozzátok meg az összes szép prímszám utolsó számjegyeit!
2. Az  $a, b, c, d$  pozitív valós számok teljesítik az

$$a = c + \frac{1}{d} \quad \text{és} \quad b = d + \frac{1}{c}$$

egyenleteket. Bizonyítsátok be, hogy fennáll az  $ab \geq 4$  egyenlőtlenség, majd határozzátok meg az  $ab + cd$  kifejezés lehető legkisebb értékét!

3. Adott az  $ABCD$  trapéz ( $AB \parallel CD$ ), amelyben  $|BC| = |AB| + |CD|$ . Bizonyítsátok be, hogy
  - a) a  $BC$  átmérőjű körvonal egy pontja az  $AD$  száron fekszik,
  - b) az  $AD$  átmérőjű körvonal egy pontja a  $BC$  száron fekszik.

Az **A** kategória iskolai fordulójára

**2015. december 8-án (kedden)**

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) és [skmo.sk](http://skmo.sk).

Kérjük a tanárokat, hogy az iskolai forduló kijavított megoldásait a verseny eredménylistájával együtt az MO kerületi bizottságának elnökéhez még karácsony előtt juttassák el. Tanácsoljuk, hogy a csomagot 1. osztályú küldeményként adják fel postán legkésőbb december 16-ig.

---

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Pavel Novotný, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Pavel Novotný, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015