65. ročník Matematickej olympiády, 2015/2016

Úlohy školského kola kategórie B

1. Koľkými spôsobmi je možné vyplniť štvorcovú tabuľku 3×3 číslami 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4 tak, aby súčet čísel v každom štvorci 2×2 tejto tabuľky bol rovný 14?

2. Daná je úsečka AB, jej stred C a vnútri úsečky AB bod D. Kružnice $k(C, |BC|)$ a $m(B, |BD|)$ sa pretínajú v bodoch E a F a polpriamka FD pretína kružnicu k v bode K, $K \neq F$. Rovnobežka s priamkou AB prechádzajúca bodom K pretína kružnicu k v bode L, $L \neq K$. Dokážte, že $|KL| = |BD|$.

3. Dané sú dve rôzne reálne čísla a, b väčšie ako 1. Zapíšte všetky možné poradia hodnôt výrazov

$$1 + a, \quad 1 + b, \quad 1 + \frac{a+b}{2}, \quad \frac{a^2 + b^2 - 2}{a + b - 2}$$

od najmenšej po najväčšiu.

Školské kolo kategórie B sa koná

vo štvrtok 21. januára 2016

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Učitelia pošlú opravené riešenia školských kôl aj s výsledkovou listinou predsedom KK MO alebo nimi poverenej osobe do 15. februára.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori:	Patrik Bak, Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf
Recenzenti:	Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný
Redakčná úprava:	Peter Novotný
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2016