

65. ročník Matematickej olympiády, 2015/2016

Úlohy krajského kola kategórie C

1. Nájdite najmenšiu možnú hodnotu výrazu

$$3x^2 - 12xy + y^4,$$

v ktorom x a y sú ľubovoľné celé nezáporné čísla.

2. Určte, koľkými spôsobmi možno všetky hrany kocky $ABCDEFGH$ ofarbiť štyrmi danými farbami (celú hranu bez krajných bodov vždy jednou farbou), aby pritom každá stena kocky mala hrany všetkých štyroch farieb.

3. V pravouhlom lichobežníku $ABCD$ s pravým uhlom pri vrchole A základne AB je bod K priesečníkom výšky CP lichobežníka s jeho uhlopriečkou BD . Obsah štvoruholníka $APCD$ je polovicou obsahu lichobežníka $ABCD$. Určte, akú časť obsahu trojuholníka ABC zaberá trojuholník BCK .

4. Adam s Barborou hrajú so zlomkom

$$\frac{10a + b}{10c + d}$$

takúto hru na štyri ťahy: Hráči striedavo nahrádzajú ľubovoľné z doposiaľ neurčených písmen a, b, c, d nejakou cifrou od 1 do 9. Barbora vyhrá, keď výsledný zlomok bude rovný buď celému číslu, alebo číslu s konečným počtom desatinných miest; inak vyhrá Adam (napríklad keď vznikne zlomok $\frac{11}{29}$). Ak začína Adam, ako má hrať Barbora, aby zaručene vyhrala? Ak začína Barbora, je možné poradiť Adamovi tak, aby vždy vyhral?

Krajské kolo kategórie C sa koná

v utorok 12. apríla 2016

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Štefan Gyürki, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Stanislav Krajčí, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný, Štefan Gyürki

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2016