

## 65. ročník Matematickej olympiády, 2015/2016

### Úlohy krajského kola kategórie C (maďarská verzia)

1. Keressétek meg a

$$3x^2 - 12xy + y^4$$

kifejezés lehető legkisebb értékét, ha  $x$  és  $y$  tetszőleges nemnegatív egész számok!

2. Határozzátok meg, hogy hányféleképpen lehet az  $ABCDEFGH$  kocka éleit négy színnel kiszínezni úgy, hogy a kocka összes lapja tartalmazzon mindenféle színű élt. (Egy adott élt csak egy színnel színezzük ki, de a szélső pontjait kihagyjuk.)
3. Az  $AB$  alapú  $ABCD$  trapézban az  $A$  csúcsnál derékszög van. Jelölje  $K$  a  $CP$  magasság és a  $BD$  átló metszéspontját. Az  $APCD$  négyszög területe az  $ABCD$  trapéz területének a fele. Határozzátok meg, hogy az  $ABC$  háromszög területének hányad részét teszi ki a  $BCK$  háromszög területe!
4. Ádám és Barbara ezt a négy lépésből álló játékot játsza a

$$\frac{10a + b}{10c + d}$$

törttel: A játékosok felváltva lépnek, és az adott lépésben az addig ismeretlen  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  betűk közül az egyikbe behelyettesítik az 1-től 9-ig terjedő számjegyek valamelyikét. Barbara akkor nyer, ha az eredmény vagy egész szám, vagy csak véges sok tizedes helyet tartalmaz; minden más esetben Ádám a győztes (pl. ha az eredmény  $\frac{11}{29}$ ). Ha feltételezzük, hogy Ádám kezd, akkor hogyan játszon Barbara, hogy biztosan nyerjen? Ha viszont Barbara kezd, lehetséges-e Ádámnak olyan stratégiát tanácsolni, hogy biztosan Ádám nyerjen?

A C kategória kerületi fordulójára

**2016. április 12-én (kedden)**

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) és [skmo.sk](http://skmo.sk).

---

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Štefan Gyürki, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Stanislav Krajčí, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný, Štefan Gyürki

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2016