

## 65. ročník Matematickej olympiády, 2015/2016

### Úlohy krajského kola kategórie A (maďarská verzia)

1. Egy táblára különböző pozitív egész számok vannak felírva. Ezen számok számtani közepe tizedes szám, melynek törtrésze pontosan  $0,2016$ . Határozzátok meg a számtani közepük lehető legkisebb értékét!
2. Adott az egységnyi oldalhosszúságú  $ABCD$  négyzet. A  $CD$  oldalon vegyünk fel azt az  $E$  pontot, amelyre teljesül, hogy  $|\angle BAE| = 60^\circ$ . Továbbá, vegyünk fel az  $AE$  szakaszon egy tetszőlegesen választott belső  $X$  pontot. Ezután húzzunk merőleget a  $BX$  egyenesre az  $X$  ponton keresztül, és jelölje  $Y$  ezen merőleges metszéspontját a  $BC$  egyenessel. Mekkora a  $BY$  szakasz lehető legkisebb hossza?
3. Hányféleképpen tudjuk a  $\{1, 2, \dots, 12\}$  halmazt hat darab kételemű részhalmazra bontani úgy, hogy a részhalmazokon belül csak relatív prímek szerepelhessenek? (Relatív prímek azok a számok, amelyeknek a legnagyobb közös osztójuk 1.)
4. Keressétek meg azt a legkisebb valós  $m$  számot, amelyre létezik két valós  $a$  és  $b$  szám úgy, hogy az

$$|x^2 + ax + b| \leq m(x^2 + 1)$$

egyenlőtlenség fennáll minden  $x \in \langle -1, 1 \rangle$  esetén!

Az **A** kategória kerületi fordulójára

**2016. január 12-án (kedden)**

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) és [skmo.sk](http://skmo.sk).

---

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf  
Recenzenti: Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný  
Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki  
Redakčná úprava: Peter Novotný  
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2016