

Úlohy krajského kola kategórie B (maďarská verzia)

1. Keressétek meg az összes olyan természetes számokból álló a, b számpárt, amelyre fennáll:

$$a + \frac{66}{a} = b + \frac{66}{b}.$$

2. A k körvonalon véges számú körív van kijelölve úgy, hogy az uniójuk lefedi az egész k körvonalat, de egyik körív hossza sem nagyobb a k körvonal kerületénél. Bizonyítsátok be, hogy létezik olyan M részhalmaza az adott körívek halmazának, amelyre az M -be tartozó körívek hosszának összege nem több, mint a k körvonal kerületének kétszerese, s ugyanakkor az M -be tartozó körívek lefedik a k körvonalat.
3. A síkban adottak a k és l körvonalak, amelyek egymást az E és F pontokban metszik. Az l körvonal E pontjába húzott érintője a k körvonalat a H pontban metszi ($H \neq E$). A k körvonal F pontot nem tartalmazó EH köríven vegyük fel a C pontot ($E \neq C \neq H$) és jelölje D ($D \neq E$) a CE egyenes és az l körvonal metszéspontját. Bizonyítsátok be, hogy a DEF és CHF háromszögek hasonlóak.
4. Határozzátok meg a p valós paraméter értékeit úgy, hogy a

$$2017 \cdot \left| 1 - \left| 1 - \left| 1 - x \right| \right| \right| = 2016x + p$$

egyenletnek pontosan három megoldása legyen a valós számok halmazán.

A B kategória kerületi fordulójára

2017. április 11-én (kedden)

dél előtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhethet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Stanislav Krajčí, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2017