

66. ročník Matematickej olympiády, 2016/2017

Úlohy krajského kola kategórie C

1. Nájdite všetky mnohočleny $P(x) = ax^2 + bx + c$ s celočíselnými koeficientmi spĺňajúce

$$1 < P(1) < P(2) < P(3) \quad \text{a súčasne} \quad \frac{P(1) \cdot P(2) \cdot P(3)}{4} = 17^2.$$

2. Štvorcovú tabuľku 6×6 zaplníme všetkými celými číslami od 1 do 36.
- Uveďte príklad takého zaplnenia tabuľky, že súčet každých dvoch čísel v rovnakom riadku či v rovnakom stĺpci je väčší ako 11.
 - Dokážte, že pri ľubovoľnom zaplnení tabuľky sa v niektorom riadku alebo stĺpci nájdú dve čísla, ktorých súčet neprevyšuje 12.
3. Dokážte, že obdĺžnik s rozmermi 32×120 sa dá zakryť siedmimi zhodnými štvorcami so stranou 30.
4. Dokážte, že pre všetky kladné reálne čísla $a \leq b \leq c$ platí

$$(-a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 3.$$

Krajské kolo kategórie C sa koná

v utorok 11. apríla 2017

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Štefan Gyürki, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Stanislav Krajčí, Ján Mazák, Peter Novotný, Eva Oravcová, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2017