

Úlohy krajského kola kategórie C (maďarská verzia)

1. Találjátok meg az összes olyan egész együtthatós $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinomot, amelyre fennáll, hogy

$$1 < P(1) < P(2) < P(3) \quad \text{s ugyanakkor} \quad \frac{P(1) \cdot P(2) \cdot P(3)}{4} = 17^2.$$

2. Egy 6×6 -os négyzetes táblázatot kitöltünk az 1-től 36-ig terjedő egész számokkal.
- Adjatok meg egy olyan kitöltést, amelyre bármely két egy sorban ill. egy oszlopban szereplő szám összege több, mint 11.
 - Bizonyítsátok be, hogy a táblázat tetszőleges kitöltése mellett mindig találunk olyan sort vagy oszlopot, amelyben található két olyan szám, melyek összege nem lépi túl a 12-t.
3. Bizonyítsátok be, hogy a 32×120 -as méretű téglalap lefedhető hét darab azonos nagyságú négyzettel, melyek oldalhossza 30.
4. Bizonyítsátok be, hogy minden $a \leq b \leq c$ pozitív valós számra fennáll a

$$(-a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 3$$

egyenlőtlenség.

A C kategória kerületi fordulójára

2017. április 11-én (kedden)

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Stanislav Krajčí, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2017