

Úlohy krajského kola kategórie B

1. V ostrouhlom trojuholníku ABC označme O stred kružnice opísanej, S_a, S_b postupne stredy strán BC, AC a P päť výšky na stranu AB . Vyjadrite podiel $|OS_a|/|OS_b|$ pomocou $a = |BC|, b = |CA|$ a $k = |AP|/|BP|$.

2. Nájdite všetky kladné reálne čísla t také, že pre ľubovoľné nezáporné reálne číslo x platí nerovnosť

$$\frac{t}{x+2} + \frac{x}{t(x+1)} \leq 1.$$

3. Pre ktoré n je možné vyplniť tabuľku $n \times n$ číslami od 1 po n^2 tak, aby súčet čísel v každom riadku aj v každom stĺpci bol deliteľný siedmimi?

4. Nanajvýš koľko čísel možno vybrať z množiny $M = \{1, 2, \dots, 2018\}$ tak, aby rozdiel žiadnych dvoch vybraných čísel nebol rovný prvočíslu?

Krajské kolo kategórie B sa koná

v utorok 10. apríla 2018

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018