

Úlohy krajského kola kategórie B (maďarská verzia)

1. A hegyesszögű ABC háromszögben jelölje O a köréírt kör középpontját, S_a , ill. S_b a BC , ill. AC oldalak középpontját, s P az AB oldalhoz tartozó magasság talppontját. Fejezd ki az $|OS_a|/|OS_b|$ hányadost az $a = |BC|$, $b = |CA|$ és $k = |AP|/|BP|$ segítségével!
2. Keresd meg az összes olyan pozitív valós t számot, amelyre minden nemnegatív valós x szám esetén fennáll az

$$\frac{t}{x+2} + \frac{x}{t(x+1)} \leq 1$$

egyenlőtlenség!

3. Mely n számokra tölthető ki az $n \times n$ -es táblázat az 1-től n^2 -ig terjedő számokkal úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a számok összege osztható legyen 7-tel?
4. Legfeljebb hány szám választható ki az $M = \{1, 2, \dots, 2018\}$ halmazból úgy, hogy semmelyik két kiválasztott szám különbsége sem legyen prímszámmal egyenlő?

A **B** kategória kerületi fordulójára

2018. április 10-én (kedden)

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalokon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018