

68. ročník Matematickej olympiády, 2018/2019

Úlohy školského kola kategórie C

1. Aký je najväčší možný počet čísel, ktoré sa dajú vybrať z množiny $\{1, 2, \dots, 2019\}$ tak, aby súčin žiadnych troch z vybraných čísel nebol deliteľný deviatimi? Uveďte príklad vyhovujúcej podmnožiny a zdôvodnite, prečo nemôže mať väčší počet prvkov.
2. Pavol a Michal hrajú nasledujúcu hru: Pri vrcholoch štvorstena (trojbokého ihlana) sú zozačiatku napísané nuly. Pavol najskôr vyberie niektorý vrchol štvorstena a zväčší číslo pri ňom napísané o 2. Potom Michal vyberie niektorú hranu tohto štvorstena a zväčší čísla v oboch jej krajných bodoch o 1. Ich „ťahy“ sa pravidelne striedajú. Vyhráva ten, po ktorého ťahu budú vo všetkých vrcholoch štvorstena navzájom rôzne čísla. Ktorý z hráčov si dokáže zabezpečiť výhru?
3. Nech D , E sú postupne stredy strán AB , BC trojuholníka ABC a F je stred úsečky AD . Dokážte, že priamka CD rozpoľuje úsečku EF .

Školské kolo kategórie C sa koná

v utorok 29. januára 2019

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Učitelia pošlú opravené riešenia školských kôl aj s výsledkovou listinou predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe do 15. februára.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018